Κεφάλαιο

1

Εισαγωγή

1.1 Γενικά

Οι μεθοδολογίες λήψης οικονομοτεχνικών αποφάσεων αφορούν στην πρόσληψη ή απόκτηση και την απομάκρυνση ή αντικατάσταση κεφαλαιουχικών αγαθών από το παραγωγικό (ή και το ευρύτερο) περιβάλλον μιας επιχείρησης ιδιωτικής ή δημόσιας. Οι βασικές έννοιες, η διαδικασία επίλυσης και οι τεχνικές που ακολουθούνται για τη λήψη οικονομοτεχνικών αποφάσεων έχουν τη βάση τους στη μαθηματική επιστήμη και είναι εφαρμόσιμες και σε άλλες, ανάλογες κατηγορίες οικονομικών αποφάσεων, όπως: χρηματοδότησης εθνικών αναπτυξιακών προγραμμάτων, κ.λ.π. Το παρόν βιβλίο ασχολείται κατά βάση με την σύγκριση και αξιολόγηση εναλλακτικών, αμοιβαία αποκλειομένων λύσεων. Η σύγκριση και αξιολόγηση διέπεται από βασικές οικονομικές αρχές:

- Κατά την σύγκριση και αξιολόγηση λαμβάνονται υπόψιν μόνο οι διαφορές μεταξύ των εναλλακτικών λύσεων ή τρόπων δράσης, και
- Το κύριο θέμα που τίθεται κατά την αξιολόγηση μιας προτεινόμενης επένδυσης είναι το αν η επένδυση αυτή είναι δυνατόν να επανακτηθεί μαζί με κάποιο επιπρόσθετο όφελος το οποίο να είναι ανάλογο του κινδύνου στον οποίον εκτίθεται η αρχική επένδυση καθώς και του οφέλους που θα ήταν δυνατόν να αποκομισθεί με την επένδυση του διαθέσιμου κεφαλαίου -και συνήθως περιορισμένου- σε κάποια άλλη εναλλακτική ευκαιρία. Στην περίπτωση αυτή οι συγκριτικοί υπολογισμοί πρέπει να λαμβάνουν υπόψιν την διαχρονική αξία του χρήματος.

Στη βιβλιογραφία οι μεθοδολογίες λήψης οικονομοτεχνικών αποφάσεων αναφέρονται και ως ανάλυση κόστους – ωφέλειας (cost-benefit analysis) ή και με τον όρο «τεχνολογική οικονομική» (engineering economy) με τον οποίο παλαιότερα οριζόταν η εφαρμογή συγκεκριμένων αρχών της οικονομίας στο πρόβλημα των τεχνολογικών κυρίως επενδύσεων. Ο απλός αυτός ορισμός βέβαια, σήμερα πρέπει να διευρυνθεί σημαντικά. Στην οικονομία πρέπει πλέον να προστεθούν τα μαθηματικά, και ιδιαίτερα τα εφαρμοσμένα. Γενικά για τον καθορισμό της βέλτιστης λύσης απαιτούνται αρχές και άλλων επιστημονικών περιοχών, πέραν των τεχνικών και οικονομικών. Πρέπει πάντως να σημειωθεί ότι ο όρος «τεχνολογική οικονομική» αποδίδεται στο γεγονός ότι υπεύθυνοι για την λήψη τέτοιων αποφάσεων είναι, τις περισσότερες φορές, μηχανικοί. Η παρατήρηση αυτή υπάρχει στο βιβλίο των Grant, Ireson, και Leavenworth “Principles of Engineering Economy”, 7η έκδοση, Wiley, 1982. Η χρονολογία πρώτης έκδοσης του βιβλίου αυτού που θεωρείται η “Βίβλος” της σχετικής γνωστικής περιοχής πηγαίνει πίσω στο 1930 (!).

Παραπάνω έχει αναφερθεί ο όρος επένδυση, ο οποίος σε γενικές γραμμές είναι η κατάλληλη χρήση των πόρων για την αύξηση των μέσων στο παρόν. Από την οπτική γωνία του οικονομολόγου, επένδυση είναι η μετατροπή των πόρων από κατανάλωση σε χρήσεις που εξυπηρετούν την αποτελεσματικότητα της παραγωγικής διαδικασίας.

Παράδειγμα:

Υποθέτουμε ότι έχουμε να αντιμετωπίσουμε το πρόβλημα της σύγκρισης και αξιολόγησης δύο εναλλακτικών σχεδίων, A και B, παραγωγικού εξοπλισμού. Θεωρώντας ότι τα τεχνικά χαρακτηριστικά έχουν συγκριθεί και αξιολογηθεί και είμαστε αδιάφοροι ως προς το συγκεκριμένο σχέδιο, τα οικονομικά τους χαρακτηριστικά είναι τα ακόλουθα :

	Σχέδιο Α	**Σχέδιο Β**
	(σε εκατ. Ευρώ)	
Αρχικό Κόστος Επένδυσης	50	80
Οικονομική Ζωή	20	20
Τελική Αξία (στο τέλος της οικονομικής ζωής)	5	8
Ετήσιο Λειτουργικό Κόστος (σε σταθερές τιμές)	10	5

Πίνακας 1-1: Οικονομικά χαρακτηριστικά μιας επένδυσης

Σύμφωνα με την πρώτη αρχή (που προσδιορίζει ότι μόνο οι διαφορές είναι συγκρίσιμες), κατά την σύγκριση των A και B δεν θα σταθούμε στην Οικονομική Ζωή, αφού είναι ίδια και στις δύο περιπτώσεις.

Η δεύτερη αρχή υπαγορεύει ότι προκειμένου να επενδύσουμε είτε στο A είτε στο B πρέπει,

i. Να είμαστε σε θέση να ανακτήσουμε την αρχική μας επένδυση (50 και 80 εκ. Ευρώ, αντίστοιχα) συν κάποιο όφελος

ii. Το όφελος αυτό πρέπει να είναι ανάλογο του κινδύνου στο οποίο εκτίθεται η επένδυση

iii. ανάλογο του οφέλους που μπορεί να αποκομισθεί από άλλες ευκαιρίες

Για να υπολογισθεί το (iii) χρειάζεται να λάβουμε υπόψιν τη διαχρονική αξία του χρήματος καθώς και το κόστος ευκαιρίας.

Συχνά για την κατανόηση κάποιων βασικών οικονομικών εννοιών χρησιμοποιείται το κλασικό παράδειγμα του Ροβινσώνα Κρούσου, που τα τελευταία χρόνια περιλαμβάνεται και στα ελληνικά σχολικά βιβλία οικονομικής κατεύθυνσης. Ο Ροβινσώνας Κρούσος ναυαγός σε ένα έρημο νησί, τρέφεται αποκλειστικά με ψάρια που ψαρεύει ο ίδιος με ένα καμάκι. Ξοδεύει όμως όλο τον χρόνο του για να εξασφαλίσει τροφή μ' αυτόν τον πρωτόγονο τρόπο. Αν δεν ψαρέψει μια ημέρα, που σημαίνει ότι και θα κοιμηθεί πεινασμένος, μπορεί να κατασκευάσει αρκετά αγκίστρια για να αυξήσει την ποσότητα των ψαριών, που είναι και η μοναδική του τροφή. Επιπλέον όμως θα έχει και περισσότερο χρόνο για ξεκούραση και για να βελτιώσει τις συνθήκες διαβίωσής του. Ο χρόνος και η προσπάθεια μίας μέρας για κατασκευή αγκιστριών *επενδύεται*. Η *παραγωγή* (ψάρεμα) έχει χαθεί αλλά η διαδικασία της παραγωγής έχει βελτιωθεί πράγμα που αποτελεί επένδυση.

Μια βασική παρατήρηση είναι ότι στην παραπάνω περίπτωση δεν υπεισέρχεται καθόλου η έννοια του χρήματος, αλλά η έννοια της επένδυσης είναι κυρίαρχη. Ο όρος *πόρος* περιγράφει το χρόνο και την προσπάθεια του Ροβινσώνα. Τα αγκίστρια κοστίζουν, μα όχι χρήματα, αλλά χρόνο που δεν ξοδεύεται στο ψάρεμα ή ακόμα και κοστίζει μειωμένη ποσότητα ψαριών. Το *κόστος ευκαιρίας* των αγκιστριών είναι ότι κοστίζει η επένδυση, δηλαδή η ψαριά μιας ημέρας. Με άλλα λόγια είναι το όφελος που εγκαταλείπεται προκειμένου να πραγματοποιηθεί η επένδυση.

Ο Ροβινσώνας υπολογίζει την αποτελεσματικότητα των αγκιστριών και αν αυτή είναι μικρότερη του παραδοσιακού τρόπου με καμάκι, τότε δεν θα επενδύσει. Όμως μπορεί αυτό να το ξέρει με σιγουριά από πριν; Πρέπει να γίνουν, λοιπόν, παρατηρήσεις και να εξεταστούν τα αποτελέσματα. Πόσα ψάρια έπιασε σε μια βδομάδα με το καμάκι και πόσα στο ίδιο διάστημα με τα αγκίστρια.

Τέλος η αξία του κεφαλαίου πρέπει να υπολογιστεί όχι μόνο βάσει της αρχικής του αξίας, αλλά και σύμφωνα με τη διάρκειά του. Αν τα αγκίστρια είναι ξύλινα θα είναι μιας χρήσεως. Αν, όμως, είναι μεταλλικά μπορούν να αντέξουν μέχρι και ένα χρόνο. Αυτό που στην ουσία κάνει ο Ροβινσώνας είναι μια σύγκριση των κερδών και του κόστους, στη διάρκεια του χρόνου, δηλαδή των δύο εναλλακτικών του. Το παράδειγμα αυτό αποτελεί μια τυπική περίπτωση επενδυτικής απόφασης.

1.2 Ασκήσεις

Ο Ροβινσώνας Κρούσος μπορεί να πιάσει τρία ψάρια την ημέρα χρησιμοποιώντας το καμάκι. Αν κατασκευάσει πέντε αγκίστρια, ξοδεύοντας μιας ημέρας δουλειά, θα μπορεί έπειτα να πιάνει τρία ψάρια στο 1/3 της ημέρας! Χρειάζεται τρία ψάρια την ημέρα για να επιβιώσει. ποία η ετήσια αξία που «επιστρέφει» η επένδυση της μιας ημέρας παραγωγής αγκιστριών, θεωρώντας ότι τα αγκίστρια θα αντέξουν ακριβώς ένα χρόνο;

Κεφάλαιο

2

Βασικές Έννοιες

2.1 Τύποι Εναλλακτικών Σχεδίων Δράσης

Υπάρχουν τρεις κατηγορίες εναλλακτικών σχεδίων ή λύσεων:

α. Αμοιβαία αποκλειόμενες μεταξύ τους

β. Ανεξάρτητες εναλλακτικές επιλογές

γ. Αλληλοεξαρτώμενες (εξαρτημένες)

Ένα παράδειγμα αμοιβαία αποκλειόμενων εναλλακτικών λύσεων είναι η επιλογή ενός μαθήματος, ενώ όλα τα άλλα αυτόματα αποκλείονται. Ένα καλύτερο ίσως παράδειγμα είναι η κατασκευή μιας γέφυρας. Η γέφυρα μπορεί να κατασκευαστεί από ατσάλι ή από ενισχυμένο σκυρόδεμα. Η γέφυρα θα κτιστεί μόνο από ένα υλικό και έτσι το άλλο αποκλείεται. Ακόμα πιο χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι αυτό της κατασκευής ενός κτιρίου, συνολικού εμβαδού 600m^2, το οποίο μπορεί να έχει είτε 2 ορόφους 300 m^2 ο καθένας, είτε 3 ορόφους 200 m^2 είτε, τέλος, 4 ορόφους 150 m^2. Το τελικό κτίριο θα έχει ένα και μόνο αριθμό ορόφων.

Ανεξάρτητες εναλλακτικές λύσεις είναι εκείνες που η επιλογή μιας λύσης δεν αποκλείει καμία άλλη, είτε για ταυτόχρονη επιλογή είτε για μελλοντική. Τέτοιο παράδειγμα αποτελεί η επένδυση ενός Δημοτικού Συμβουλίου σε προγράμματα ή έργα όπως η βελτίωση του οδικού δικτύου, η δημιουργία χώρων αναψυχής, η βελτίωση του δημόσιου φωτισμού ή η επεξεργασία των απορριμμάτων. Ανάλογα με τον προϋπολογισμό του Δήμου μπορούν να υλοποιηθούν ένα ή περισσότερα έργα. Ακόμα και αν δεν χρηματοδοτηθούν όλα, υπάρχει η δυνατότητα να πραγματοποιηθούν στο μέλλον όταν βρεθούν τα χρήματα. Ο τρόπος μελέτης των αμοιβαία ανεξάρτητων λύσεων διαφέρει σημαντικά από αυτόν των αμοιβαία αποκλειόμενων.

Τέλος οι αλληλοεξαρτώμενες λύσεις, όπως ορίζει και η ίδια η λέξη, είναι αυτές που έχουν άμεση εξάρτηση μεταξύ τους. Η αγορά ενός μηχανήματος συσκευασίας, για παράδειγμα, προϋποθέτει την εξασφάλιση χώρου τοποθέτησης κοντά στη γραμμή παραγωγής. Ένα λαϊκό ρητό λέει ότι «δεν αγοράζεις τη σέλλα πριν πάρεις το γαϊδούρι». Οι εναλλακτικές λύσεις αυτού του τύπου υπάγονται σε ευρύτερες εναλλακτικές, είτε αμοιβαία αποκλειόμενες μεταξύ τους είτε ανεξάρτητες και έτσι ο χειρισμός τους ανάγεται τελικά σε μιά από τις δύο άλλες κατηγορίες.

2.2 Τύποι Επενδύσεων

Οι επενδύσεις μπορούν να χωριστούν σε ιδιωτικές και δημόσιες. Οι ιδιωτικές επενδύσεις χαρακτηρίζονται από την πηγή των κεφαλαίων που διατίθενται, που είναι ιδιώτες ή ιδιωτικές εταιρείες και αποσκοπούν σε προσωπικό κέρδος και όχι στην υποστήριξη της κοινωνικής λειτουργίας. Για παράδειγμα, μια επιχείρηση μελετά την αντικατάσταση ενός τόρνου παραγωγής με ένα νεότερο μοντέλο. Δεν τίθεται θέμα δημόσιου οφέλους ούτε και ζημίας. Το μόνο ζήτημα που τίθεται είναι το κέρδος της επιχείρησης.

Οι δημόσιες επενδύσεις καλύπτουν ένα ευρύ πεδίο, από το δορυφορικό πρόγραμμα τηλεπικοινωνιών έως μια επαρχιακή γέφυρα. Κύριο χαρακτηριστικό τους είναι ότι η χρηματοδότηση είναι δημόσια και ότι από το επιθυμητό αποτέλεσμα ωφελείται το κοινωνικό σύνολο ή, έστω, ένα μέρος του. Πολλές φορές μια δημόσια επένδυση περιλαμβάνει και ιδιωτικές. Η απόφαση της εκτροπής ενός ποταμού, για παράδειγμα, χρηματοδοτείται από το δημόσιο αλλά για να πραγματοποιηθεί αυτό πρέπει να συμβάλλουν οι ιδιωτικές εταιρείες που και αυτές με της σειρά τους επενδύουν, για δικό τους όφελος όμως.

2.3 Κόστος Ευκαιρίας

Κόστος ευκαιρίας είναι το όφελος που χάνεται όταν επιλεγεί μία εναλλακτική λύση έναντι μιας άλλης. Πρόκειται για μία από τις σημαντικότερες έννοιες στη λήψη οικονομοτεχνικών αποφάσεων. Παραδείγματος χάριν, επιλέγοντας ένας φοιτητής το μάθημα επιλογής «Διοίκηση Έργων και Λήψη Οικονομοτεχνικών Αποφάσεων», το κόστος ευκαιρίας προσδιορίζεται από τις γνώσεις που χάνει ο φοιτητής αυτός, μη διαλέγοντας κάποιο άλλο μάθημα. Ένα άλλο παράδειγμα είναι αυτό της αντικατάστασης ή όχι ενός παλιού αυτοκινήτου. Έστω ότι αυτό έχει ηλικία 20 ετών, έχει διανύσει πάνω από 150000 χλμ. και μεγάλη κατανάλωση καυσίμου. Η πώληση του θα επιφέρει στον ιδιοκτήτη 500 Ευρώ. Στόχος είναι η αγορά ενός καινούργιου με χαμηλή κατανάλωση. Οι δύο λύσεις είναι αμοιβαία αποκλειόμενες. Το κόστος ευκαιρίας αν κρατήσει το αυτοκίνητο είναι τα 500 Ευρώ που θα έπαιρνε για την πώλησή του. Γενικά η έννοια του κόστους ευκαιρίας χρησιμοποιείται ευρέως όταν οι εναλλακτικές λύσεις περιλαμβάνουν την αντικατάσταση εξοπλισμού ή τη διατήρησή του.

2.4 Κόστος Κεφαλαίου

Μια υπόθεση που λαμβάνει χώρα συνήθως είναι ότι ένας επιχειρηματίας έχει αρκετές εναλλακτικές για επενδύσεις, αλλά δεν έχει τους πόρους για να χρηματοδοτήσει την λύση που επέλεξε. Τότε δανείζεται τα χρήματα από την τράπεζα με 20% ετήσιο επιτόκιο. Το επιτόκιο αυτό είναι το χρηματικό κόστος κεφαλαίου. Η επένδυση που σκοπεύει έχει κέρδος 30% ετησίως. Αν τελικά δεν επενδύσει, απορρίπτει αυτομάτως το 30%, που είναι σ’ αυτήν την περίπτωση το ευκαιριακό κόστος κεφαλαίου. Όπως είναι εύκολα αντιληπτό το ευκαιριακό κόστος κεφαλαίου υπερβαίνει το χρηματοπιστωτικό κόστος κεφαλαίου, γιατί διαφορετικά δεν υπάρχει λόγος να γίνει η επένδυση.

2.5 Φόρος Εισοδήματος

Οι ιδιωτικές επενδύσεις συνήθως έχουν φόρο εισοδήματος και επειδή πρόκειται για έξοδο του επενδυτή πρέπει να υπολογίζεται σε κάθε οικονομική μελέτη. Κυρίως όταν οι εναλλακτικές λύσεις έχουν διαφορετική φορολογική πολιτική. Υπάρχουν αρκετές χώρες ανά την υφήλιο που δεν επιβάλλουν φόρους ή προσφέρουν φορολογικές ελαφρύνσεις για κάποιες επενδύσεις.

2.6 Πληθωρισμός

Πρόκειται για μια γνώριμη έννοια στο δυτικό κόσμο και αναφέρεται στην αύξηση των τιμών των αγαθών και υπηρεσιών. Οι επενδύσεις έχουν ως αποτέλεσμα οφέλη και ζημίες, που υπολογίζονται σε χρήματα. Τα χρήματα αυτά υπολογίζονται σε αξία πραγματικού χρόνου και γι’ αυτό το λόγο πρέπει να συνυπολογιστεί και ο πληθωρισμός. Αυτό που ενδιαφέρει τον επενδυτή είναι η αγοραστική αξία του χρήματος και όχι η ονομαστική του.

2.7 Οικονομική Ζωή

Είναι προφανές ότι εφόσον κάποιος αναφέρεται στο μέλλον πρέπει να έχει ξεκαθαρίσει το πόσο μακρυά προτίθεται να κοιτάξει. Με άλλα λόγια, πρέπει να προσδιορίσει τον *ορίζοντα του προγραμματισμού*. Ο ορίζοντας προγραμματισμού προσδιορίζει το χρονικό διάστημα κατά την διάρκεια του οποίου μία επένδυση αναμένεται να χρησιμοποιηθεί, με άλλα λόγια την *οικονομική ζωή* της επένδυσης. Η οικονομική ζωή δεν είναι αναγκαστικά ταυτόσημη (ίδια) με την τεχνική της ζωή, ή διάρκεια. Η τεχνική ζωή αναφέρεται στο πόσο τεχνικά είναι δυνατόν να διαρκέσει μία επένδυση. Έτσι επενδύοντας στην αγορά ενός Α-300 (Airbus) μια αεροπορική εταιρεία θα προσδιορίσει μια οικονομική ζωή τελείως διαφορετική από την τεχνική ζωή του αεροσκάφους. Μπορεί η τελευταία να εκτιμάται ότι υπερβαίνει τα 25 χρόνια. Όμως, από οικονομική σκοπιά και με βάση ανάλογες περιπτώσεις αεροσκαφών η οικονομική ζωή μπορεί να εκτιμηθεί ότι δεν υπερβαίνει τα 10 χρόνια. Εξάλλου, καμία εταιρεία δεν θάθελε να πετάει με αντίκες παρά το γεγονός ότι αυτές είναι ικανές πτητικά. Μια πιο δραματική περίπτωση είναι αυτή των ηλεκτρονικών υπολογιστών. Ένας υπολογιστής που αγοράζεται σήμερα είναι σίγουρο ότι μπορεί τεχνικά να λειτουργήσει για περισσότερα χρόνια από όσα αποτελεί οικονομικά συμφέρουσα λύση η λειτουργία του. Παράγοντες που επηρεάζουν την διάρκεια της οικονομικής ζωής είναι:

- Η τεχνολογική ανταγωνιστικότητα
- Το ετήσιο λειτουργικό κόστος
- Η πιθανότητα εμφάνισης υποκατάστατου ή εναλλακτικού προϊόντος (ή εξαρτήματος)
- Οι δυνάμεις της αγοράς, η επίδραση στην συμπεριφορά του καταναλωτικού κοινού, κ.λ.π.

Από την σκοπιά των μεθόδων λήψης οικονομοτεχνικών αποφάσεων, κύρια ενδιαφέρει η οικονομική ζωή μιας επένδυσης. Ο προσδιορισμός της οικονομικής ζωής πέρα από την εξέταση των παραγόντων που την επηρεάζουν (αναφέρονται πιο πάνω) θα στηριχθεί σε συγκριτικά (ή ανάλογα) στοιχεία του παρελθόντος.

Η οικονομική ζωή, σαν μεταβλητή του προβλήματος, δεν είναι πάντοτε σταθερή. Ούτε σημαίνει ότι είμαστε υποχρεωμένοι να διατηρήσουμε σε λειτουργία μια επένδυση καθ' όλη την διάρκεια της αρχικά εκτιμηθείσας ή υπολογισμένης οικονομικής της ζωής. Ο χώρος της λήψης οικονομοτεχνικών αποφάσεων περιέχει τα κατάλληλα εργαλεία και μεθόδους για την αποτελεσματική αντιμετώπιση των περιπτώσεων αυτών καθώς και για τον χειρισμό άλλων συναφών καταστάσεων.

2.8 Γωνία Θεώρησης

Κατά την σύγκριση εναλλακτικών λύσεων ένα άλλο ερώτημα που τίθεται είναι «επιπτώσεις σε ποιόν;» Με την λέξη επιπτώσεις αναφερόμαστε σε κόστος ή/και οφέλη (κέρδη). Για παράδειγμα, αν κάποιος αξιολογεί μια επένδυση σ' ένα παραγωγικό σύστημα τότε από την σκοπιά του θα θεωρήσει σαν κόστος το ύψος της απαιτούμενης αρχικά επένδυσης καθώς και το ετήσιο λειτουργικό κόστος (και άλλα, ίσως) ενώ σαν όφελος θα θεωρήσει τη μείωση του λειτουργικού κόστους (αναφορικά με την υπάρχουσα κατάσταση) ή/και άλλα άμεσα (ή έμμεσα) υπολογίσιμα κέρδη. Με τον τρόπο αυτό ο προαναφερόμενος επενδυτής περιορίζεται στο δικό του κόστος και δικά του οφέλη εξετάζοντάς τα από την δική του σκοπιά ή γωνιά θεώρησης (viewpoint). Από την άλλη μεριά η πόλη, στην οποία βρίσκεται εγκατεστημένη η εν λόγω παραγωγική μονάδα, θα αντιληφθεί (ή θα εξετάσει) κόστος και οφέλη διαφορετικά, από την δική της σκοπιά ή γωνία θεώρησης. Δηλαδή, για την πόλη το νέο παραγωγικό σύστημα σημαίνει βελτίωση (ή επιδείνωση) της μόλυνσης (αέρα, γης, ή υδάτων). Ακόμη, η νέα παραγωγική μονάδα έχει μεταξύ άλλων, κάποια επίπτωση στην αύξηση ή μείωση της ανεργίας με όλα τα συνεπαγόμενα σε κάθε περίπτωση.

Παρατηρούμε ότι ο τρόπος ή, η γωνία θεώρησης (σκοπιά) επηρεάζει άμεσα τα οφέλη και το κόστος της επένδυσης. Ακόμη είναι δυνατόν μια επένδυση να είναι συμφέρουσα (σύμφωνα με την μεθοδολογία και τα κριτήρια που αναπτύσσονται αργότερα) από μια σκοπιά θεώρησης και όχι από κάποια άλλη. Είναι δυνατόν, δηλαδή στην προκειμένη περίπτωση η επένδυση στο νέο σύστημα παραγωγής να συμφέρει τον ιδιώτη επενδυτή και όχι την πόλη ή, αντίστροφα.

Με άλλα λόγια, χρειάζεται το θέμα της γωνίας θεώρησης να έχει ξεκαθαριστεί, που σημαίνει να έχει επακριβώς προσδιοριστεί η σκοπιά της ανάλυσης, πριν επιχειρηθεί ο λεπτομερής υπολογισμός κόστους και οφέλους μιας επένδυσης. Δηλαδή πρέπει να έχει προσδιοριστεί η γωνία θεώρησης του συστήματος.

2.9 Ανάλυση Συστημάτων

Η ανάλυση συστημάτων τέλος, αφορά την έρευνα σε μια αλληλοσυσχετισμένη ολότητα, της οποίας τα ανεξάρτητα τμήματα και η αλληλεπιδράσεις μεταξύ τους πρέπει να μελετηθούν σαν ένα. Για παράδειγμα, σε μια εταιρεία που διαχειρίζεται φράγματα σε μια μεγάλη περιοχή, μια ενέργεια σε ένα από τα φράγματα, π.χ. να ελευθερώσει μια ποσότητα νερού, μπορεί να επηρεάσει ολόκληρο το σύστημα είτε στην ικανότητά του να ελέγχει την υπερχείλιση είτε στην συνολική ικανότητα παραγωγής ενέργειας.

Η ανάλυση συστήματος σχετίζεται με τη γωνία θεώρησης με την έννοια του ότι όλα τα στοιχεία που σχετίζονται με τη γωνία θεώρησης του αναλυτή, τα οποία είναι σημαντικά για τη μελέτη, πρέπει να συγκεντρωθούν. Από εκεί και πέρα το πρόβλημα είναι το κατά πόσο θα πρέπει να μελετηθούν οι συνέπειες της κάθε συνιστώσας του προβλήματος. Σημαντικό ρόλο εδώ θα παίξει το βάρος που θα δοθεί από τον αναλυτή σε κάθε μια από αυτές. Πάντως το ζητούμενο είναι ο αναλυτής να μην υποπέσει στο σφάλμα να μελετήσει κάθε στοιχείο ξεχωριστά ή να ομαδοποιήσει τα στοιχεία του, αντί να τα δει σαν ολότητα. Όλες οι συνιστώσες αλληλεπιδρούν μεταξύ τους και αν δε μελετηθούν μαζί υπάρχει ο κίνδυνος να καταλήξει κανείς στη «*σχεδόν ευνοϊκότερη»* λύση, που εν ολίγοις σημαίνει την τελειοποίηση της λειτουργίας τμημάτων του συστήματος χωρίς να αναγνωρίζεται ότι μια τέτοια ενέργεια δεν τελειοποιεί κατ' ανάγκη και το σύνολο.

Τέλος σημαντική είναι η έννοια των ίσων περιόδων χρήσης. Δηλώνει ότι κάθε εναλλακτική λύση που επιλέγεται από ένα σύνολο εναλλακτικών πρέπει να μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε όλη τη διάρκεια μέχρι τον χρονικό ορίζοντα που επιλέχτηκε. Άλλωστε θα ήταν παράλογο να επιλέξουμε έναν χρονικό ορίζοντα 10 ετών και στις εναλλακτικές λύσεις να συμπεριλάβουμε μια που θα μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο για 5 χρόνια. Εν ολίγοις όλες οι εναλλακτικές λύσεις που μελετάμε θα πρέπει να έχουν ίσες περιόδους χρήσης και η σημασία αυτού του «νόμου» διαφαίνεται καλύτερα σε περιπτώσεις όπου έχουμε αμοιβαία αποκλειόμενες λύσεις.

2.10 Βυθισμένο Κόστος

Συχνά λέγεται ότι «το παρελθόν είναι κοινό για όλες τις εναλλακτικές λύσεις», ή ότι «δεν μπορούμε να επαναλάβουμε το παρελθόν». Ας δούμε όμως ένα σχετικό παράδειγμα:
Ταξιδέψατε από την πόλη που μένετε στην πόλη Ζ αεροπορικά αγοράζοντας ένα εισιτήριο μετ' επιστροφής και με τον περιορισμό (λόγω του τύπου του εισιτηρίου) ότι πρέπει να έχετε επιστρέψει σε 45 μέρες). Η τιμή του εισιτηρίου αυτού (μετ΄ επιστροφής και με τον περιορισμό των 45 ημερών) είναι 500 Ευρώ. Το απλό εισιτήριο μεταξύ της πόλης που μένετε και της Ζ (δηλ., μιας διαδρομής άσχετα από το σημείο και το χρόνο έναρξης του ταξιδιού) κοστίζει 350 Ευρώ. Αν δεν χρησιμοποιηθεί το εισιτήριο για επιστροφή στην πόλη που μένετε, μέσα στην προθεσμία των 45 ημερών, τότε η αεροπορική εταιρεία είναι πρόθυμη να σας επιστρέψει την διαφορά μεταξύ της αρχικής «μετ΄ επιστροφής» τιμής και της τιμής του απλού εισιτηρίου, δηλαδή 150 Ευρώ.

1. Ας υποθέσουμε ότι είστε αναγκασμένος να παραμείνετε στην πόλη Ζ και πέρα από την λήξη προθεσμίας των 45 ημερών για την χρησιμοποίηση του «μετ΄ επιστροφής» εισιτηρίου. ποία είναι η χαμηλότερη τιμή που θα ήσασταν πρόθυμος να πουλήσετε το εισιτήριο σ΄ ένα φίλο σας αντί να το επιστρέψετε στην εταιρεία για πίστωση;

2. Αν προγραμματίζετε να επιστρέψετε στην πόλη σας πριν την λήψη της προθεσμίας του «μετ΄ επιστροφής» εισιτηρίου σε ποία τιμή θα ήσασταν διατεθειμένοι να πουλήσετε το μισό του εισιτηρίου σας (και το οποίο προτίθεστε να χρησιμοποιήσετε);

Ας προσπαθήσουμε να αναλύσουμε λογικά το πρόβλημα:

1. Έχετε ήδη πληρώσει τα 500 Ευρώ. Δεν μπορείτε να αλλάξετε το γεγονός αυτό. Τα 500 Ευρώ είναι «βυθισμένα» στο παρελθόν.
2. Η αξία του εισιτηρίου που κρατάτε στα χέρια σας είναι:
   - 350 Ευρώ αν προτίθεστε να επιστρέψετε πριν τη λήξη της προθεσμίας του, ή
   - 150 Ευρώ αν σκοπεύετε να επιστρέψετε μετά από την λήξη της προθεσμίας του.

Άρα τα πράγματα είναι σχετικά απλά:

1. Αν σκοπεύετε να υπερβείτε την προθεσμία λήξης θάπρεπε να ζητήσετε από κάποιο φίλο σας τουλάχιστον 150 Ευρώ. Βέβαια ο φίλος σας βγαίνει κερδισμένος κατά 200 Ευρώ, αλλά «ο φίλος στη δύσκολη στιγμή φαίνεται!». Από την σκοπιά του φίλου σας το εισιτήριο αντιπροσωπεύει μια αξία 350 Ευρώ (υποθέτοντας ότι προτίθεται να αγοράσει εισιτήριο απλής διαδρομής και όχι μετ΄ επιστροφής, όπως είναι το δικό σας). Έτσι, 150 Ευρώ θάπρεπε να είναι η χαμηλότερη σας προσφορά.
2. Αν σκοπεύετε να επιστρέψετε πριν από την λήξη της προθεσμίας τότε η χαμηλότερη σας προσφορά δεν θάπρεπε να είναι χαμηλότερη (!) από 350 Ευρώ.

Το βυθισμένο κόστος στην περίπτωση αυτή είναι τα 500 Ευρώ. Σε καμία περίπτωση δεν θα ήταν σωστό να τις λάβουμε, με τον ένα ή άλλο τρόπο, υπόψιν μας. Ένα άλλο λάθος που γίνεται συχνά μπορεί να διατυπωθεί αρκετά γλαφυρά με τον εξής τρόπο: «Η επένδυση μου δεν αποδίδει αλλά την συνεχίζω για να πάρω τα χρήματά μου πίσω». Μπορεί (ή μάλλον σίγουρα), ποτέ να μην πάρει τα χρήματά του πίσω συνάμα δε, θα έχει χάσει και κάμποσα άλλα . Η παραπάνω αντίληψη είναι λανθασμένη διότι εμμένει στην αρχική επένδυση παρά το γεγονός ότι η τελευταία δεν αποτελεί παρά ένα γεγονός ιστορικής και μόνο σημασίας. Ο σωστός από οικονομική σκοπιά τρόπος ή, η σωστή μεθοδολογία αντιμετώπισης μιας τέτοιας περίπτωσης, μπορεί να διατυπωθεί ως εξής: «ποία είναι η τρέχουσα αξία της επένδυσής μου; Δοθείσης της αξίας αυτής αλλά και των καθαρών κερδών που εκτιμώ ότι μπορώ να αποκομίσω στο υπόλοιπο της οικονομικής ζωής συμφέρει να την κρατήσω ή όχι; Τι εναλλακτικές ευκαιρίες έχω;»

2.11 Με - Χωρίς Κριτήριο

Το «με-χωρίς» κριτήριο αντιστοιχεί στην απαίτηση σύγκρισης κάθε θεωρούμενης νέας εναλλακτικής λύσης σε ένα πρόβλημα, με την υπάρχουσα τάξη πραγμάτων. Ας υποθέσουμε ότι η κυβέρνηση μελετά την κατασκευή μιας εθνικής οδού μεταξύ 2 πόλεων που ο πληθυσμός της κάθε μίας υπερβαίνει το 1 εκατ. κατοίκους. Ακόμη ας υποθέσουμε ότι υπάρχουν δύο αμοιβαία αποκλειόμενες λύσεις, δηλ. τοποθεσίες. Τέλος, (και αυτό είναι σημαντικό) ας υποθέσουμε ακόμη ότι υπάρχει ήδη ένας δρόμος μεταξύ των δύο πόλεων ο οποίος όμως, λόγω κυκλοφοριακού φόρτου κρίνεται ότι είναι ανεπαρκής. Στην περίπτωση αυτή το "με-χωρίς" κριτήριο μπορεί να παραβιασθεί ως εξής:

1. Προσδιορίζουμε τις λειτουργικές δαπάνες και το αρχικό κόστος επένδυσης για την κάθε μία τοποθεσία για τον καινούργιο εθνικό δρόμο ξεχωριστά. Στα πλαίσια της ανάλυσης έστω ότι προσδιορίζουμε την οικονομική ζωή του κάθε εναλλακτικού δρόμου ίση με 20 χρόνια.
2. Συγκρίνουμε δαπάνες και οφέλη των καινούργιων δρόμων με τα τρέχοντα έξοδα και οφέλη του υπάρχοντος δρόμου υποθέτοντας ότι παραμένουν σταθερά στην περίοδο των 20 ετών. Ας θυμηθούμε ότι ο υπάρχων δρόμος έχει ήδη κριθεί ως ανεπαρκής.

ποίο λάθος κάνουμε; Παραβιάζουμε το «με-χωρίς» κριτήριο. Πώς όμως; Ας δούμε τα δύο μέρη το «με» και το «χωρίς» ξεχωριστά.
<u>Με:</u> Επιλέγουμε έναν από τους δύο εθνικούς δρόμους. Ετσι, υπολογίζουμε έξοδα και οφέλη σε μια περίοδο 20 ετών.

Χωρίς: Ο υπάρχων δρόμος. Είναι ανεπαρκής.

Το λάθος που κάνουμε είναι ότι θα έπρεπε να συγκρίνουμε την κάθε μία εναλλακτική λύση για ένα νέο εθνικό δρόμο με τα εκτιμούμενα έξοδα και οφέλη του υπάρχοντος δρόμου, χωρίς, απλοϊκά ίσως, να υποθέσουμε ότι τα τελευταία παραμένουν σταθερά στην χρονική περίοδο των 20 ετών. Η τελευταία υπόθεση αλλοιώνει καθοριστικά την μορφή του «χωρίς». Δηλαδή, το «με – χωρίς» κριτήριο επιβάλλει ότι η κάθε νέα εναλλακτική λύση συγκρίνεται με την υπάρχουσα τάξη των πραγμάτων. Οποιεσδήποτε μεταβολές στον χρονικό ορίζοντα της ανάλυσης πρέπει να λαμβάνονται υπόψιν και να εκτιμούνται. Το «με-χωρίς» κριτήριο επιβάλλει συγκριτική ανάλυση μεταξύ εναλλακτικών «εφ΄όλης της ύλης». Το με-χωρίς κριτήριο δηλώνει ότι ο αναλυτής πρέπει να συγκρίνει την περίπτωση *με* τη νέα επένδυση με την περίπτωση *χωρίς* αυτήν. Το «με-χωρίς» κριτήριο είναι απαραίτητο προκειμένου να διατηρηθεί καθαρή και λογική επιχειρηματολογία στην ανάλυση έργου.

2.12 Διαφοροποίηση Αποφάσεων (Ανάλυση του Λογιστή & του Μάνατζερ)

Υπάρχουν σημαντικές διαφορές μεταξύ των επαγγελματικών στόχων και των μεθόδων του λογιστή και του οικονομολόγου. Αυτές αντικατοπτρίζονται όχι μόνο στα ποσά που ανατίθενται σε κάποια αντικείμενα αλλά ακόμα και στον συνυπολογισμό του ίδιου του αντικειμένου. Ο λογιστής όπως και ο οικονομολόγος μπορεί να είναι ταυτόχρονα σωστοί όσον αφορά το χειρισμό μιας ανάλυσης. Οι διαφορές προκύπτουν λόγω διαφορετικών στόχων.

Ο λογιστής είναι υπεύθυνος για την παραγωγή υλικού που θα περιγράφει την κατάσταση μιας εταιρείας, μιας κυβερνητικής υπηρεσίας, ή ακόμα και ενός ατόμου. Ένας ισολογισμός, μια δήλωση κέρδους – ζημίας, ένας πίνακας αποτελέσματος χρήσεως, όλα αυτά μαζί με άλλα αντιπροσωπεύουν μια οικονομική κατάσταση. Η παρουσίαση αυτή είναι καρπός συμβατικών λογιστικών μεθόδων, μεθόδων δηλαδή που προήλθαν από συμφωνία μεταξύ των λογιστών. Το αν αυτές συμφωνούν με τις αντίστοιχες άλλων επαγγελματικών ομάδων είναι θέμα επουσιώδες.

Ο οικονομολόγος – manager, διευθύνων σύμβουλος ή όπως αλλιώς μπορεί κανείς να τον αποκαλέσει, έχει στην ανάλυσή του διαφορετικό στόχο από ότι ο λογιστής, με την έννοια ότι καλείται να πάρει κάποια απόφαση. Πρέπει να καθοδηγείται από τη λογική, συνήθως αυτή της αγοράς, βάσει της οποίας είναι επιθυμητό το μέγιστο κέρδος και όχι από συμβάσεις που προέρχονται από κάποια συμφωνία. Έτσι οι διαφορές μεταξύ της δικής του άποψης για μια κατάσταση και της άποψης ενός συναδέλφου λογιστή είναι αναπόφευκτες.

Ο οικονομολόγος θα αγνοήσει το βυθισμένο κόστος σε μια προ φόρων ανάλυση. Ο λογιστής θα το συμπεριλάβει σαν κόστος στοιχείου του ενεργητικού. Ο οικονομολόγος δεν θα θεωρήσει την απόσβεση ως κόστος σε αντίθεση με τον λογιστή. Ο οικονομολόγος δε θα λάβει υπ' όψη του κόστη τα οποία ο λογιστής δε μπορεί να κατατάξει σε συγκεκριμένο τμήμα της εταιρείας. Το ενοίκιο για ένα κτίριο που στεγάζει κάποια τμήματα θα το κατατάξει ο λογιστής ως εξής: η αναλογία της έκτασης που καλύπτει κάθε τμήμα, θα χρησιμοποιηθεί για να αναθέσουμε τμήμα του ενοικίου σαν κόστος κάθε τμήματος. Αλλά το ενοίκιο είναι ένα μη διαφορικό κόστος, το οποίο θα πληρωθεί ανεξάρτητα από τις αποφάσεις που θα ληφθούν.

Τα γενικά έξοδα, τα οποία ο λογιστής θα κατανείμει στα τμήματα της εταιρείας, ο οικονομολόγος θα τα αγνοήσει. Τα γενικά έξοδα που είναι έξοδα όπως το ενοίκιο, ονομάζονται έτσι διότι δεν μπορούν να ανατεθούν σε κάποιο συγκεκριμένο τμήμα της επιχείρησης εκτός αν γίνει αυτό σε αυθαίρετη βάση, όπως το κόστος εργασίας ή κάποιο άλλο μέτρο. Μπορεί να είναι ή και να μην είναι διαφορικά, εξαρτάται από το πόσο αυστηρά μπορεί να προσδιοριστεί δεσμός μεταξύ του τμήματος και του συνόλου. Αν δεν μπορεί να δημιουργηθεί δεσμός, πράγμα που συνήθως συμβαίνει, ο οικονομολόγος δεν θα τα λάβει υπ' όψη του. Για παράδειγμα, ο μισθός του προέδρου της εταιρείας. Δεν υπάρχει λόγος να υπεισέρχεται στις ιδιαίτερες οικονομικές αποφάσεις του κάθε τμήματος. Το ίδιο ισχύει και για το μισθό του γραμματέα του προέδρου, όπως και για τους μισθούς τόσων άλλων που εργάζονται και καταλαμβάνουν παρόμοιες θέσεις στην επιχείρηση. Παρά ταύτα, ο λογιστής είναι υποχρεωμένος να αιτιολογήσει την ύπαρξή τους και τους πόρους που χρησιμοποιούν, στα χαρτιά του. Γι' αυτό και κατανέμει τα κόστη τους σε διάφορα 'κέντρα' μέσα στην εταιρεία. Ο οικονομολόγος αγνοεί τέτοια γενικά κόστη ως μη διαφορικά.

Συνοψίζοντας πρέπει να πούμε το εξής: ο λογιστής κατανέμει κόστη σε κέντρα ενώ ο οικονομολόγος τα κατανέμει σε αποφάσεις. Ο λογιστής αδιαφορεί για τη «χρονική» αξία του χρήματος, πράγμα που σημαίνει ότι π.χ. 10000 Ευρώ που λαμβάνονται σήμερα και άλλα 10000 Ευρώ που θα ληφθούν ένα χρόνο μετά αντιμετωπίζονται σαν το ίδιο ποσό. Ο οικονομολόγος αναγνωρίζει ότι το χρήμα έχει δυο είδη αξίας. Αυτή και μόνο η διαφορά έχει ως αποτέλεσμα μεγάλες αποκλίσεις στους υπολογισμούς τους σε μια οικονομική ανάλυση. Τέλος θα πρέπει να δοθεί ακόμα μια φορά έμφαση στο γεγονός ότι και ο λογιστής και ο οικονομολόγος συμπεριφέρονται σωστά σύμφωνα με τις αντιλήψεις τους. Κανενός η θεώρηση δεν είναι λανθασμένη διότι διαφέρουν μεταξύ τους.

2.13 Απόσβεση

Η απόσβεση είναι ένα στοιχείο του ενεργητικού κατανεμημένο κατά τη διάρκεια της εκτιμώμενης ζωής του. Για παράδειγμα, θεωρήστε την αγορά ενός σπιτιού με σκοπό την ενοικίασή του. Ο λογιστής που προετοιμάζει την φορολογική δήλωση κάθε χρόνο υπολογίζει την τιμή του σπιτιού χωρίς να περιλαμβάνει την τιμή του οικοπέδου που είναι μη αποσβέσιμη, κατανέμοντας την στη βραχύτερη περίοδο που είναι αποδεκτή από την εφορία. Αν το κόστος του σπιτιού είναι για παράδειγμα 150000 Ευρώ και η αποδεκτή οικονομική ζωή του 15 χρόνια, η ετήσια απόσβεσή του θα είναι 150000 / 15 = 10000 Ευρώ. Αυτό το ποσό μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως έξοδο μιας επιχείρησης ενοικιάσεως σπιτιού και αφαιρείται από το εισόδημα με αποτέλεσμα να πληρώνουμε λιγότερα στην εφορία. Το αν στην πραγματικότητα το σπίτι θα χάνει την αξία του κατά 10000 Ευρώ το χρόνο δε μπορούμε να το γνωρίζουμε, κατά πάσα πιθανότατα όμως όχι. Μπορούμε να πούμε λοιπόν πως η απόσβεση ενός στοιχείου του ενεργητικού δεν έχει απαραίτητα σχέση με την αξία αγοράς. Χρησιμοποιείται μόνο για τον υπολογισμό του φόρου εισοδήματος.

Πρέπει λοιπόν αυτό να γίνει απόλυτα κατανοητό: η απόσβεση χρησιμοποιείται μόνο για τον υπολογισμό του φόρου εισοδήματος όταν απαιτείται οικονομική ανάλυση εναλλακτικών λύσεων. Δεν έχει καμία άλλη χρησιμότητα. Σαν αναλυτές δε μας ενδιαφέρει ούτε αν αντιπροσωπεύει ζημία σε αξία αγοράς, ούτε αν είναι ρεαλιστικός ο υπολογισμός της οικονομικής ζωής, ούτε εάν είναι ακριβές το ποσοστό της αξίας που χάνεται.

Αλλά πώς η απόσβεση δεν είναι κόστος, ειδικά αφού η εφορία την υπολογίζει σαν τέτοιο; Συμβαίνει απλά να αντικατοπτρίζει ένα βυθισμένο κόστος. Έτσι στο παράδειγμα με το σπίτι το οποίο αγοράζουμε για να το ενοικιάζουμε, τα 150000 Ευρώ είναι ποσό που καθίσταται βυθισμένο τη στιγμή που αγοράζουμε το σπίτι. Τα 10000 Ευρώ το χρόνο απλά αντικατοπτρίζουν αυτό το κόστος, κατανεμημένο στη αποσβέσιμη ζωή του σπιτιού. Η εφορία δεν ακολουθεί νομοθεσία σχετική με το πώς ορίζεται η απόσβεση. Ως αντικατοπτρισμός βυθισμένου κόστους πρέπει να αγνοηθεί σε μια οικονομική ανάλυση που ασχολείται με ροή μετρητών πριν υπολογιστούν οι επιπτώσεις των φόρων. Σαν οικονομολόγοι που λαμβάνουμε πρακτικά τις αποφάσεις μας θα αγνοήσουμε την απόσβεση για τους ίδιους λόγους που αγνοούμε το βυθισμένο κόστος.

Για να πειστούμε ακόμα περισσότερο θα πρέπει να διερωτηθούμε εάν η απόσβεση είναι ροή μετρητών. Η απάντηση είναι όχι. Είναι μόνο ένας αριθμός στα βιβλία των λογιστών. Δεν αντιπροσωπεύει εκροή μετρητών όπως για παράδειγμα το κόστος υλικών ή, οι μισθοί. Τα τελευταία μειώνουν το λογαριασμό μας στην τράπεζα όταν γράφουμε επιταγές για την κάλυψή τους. Για αυτό το λόγο η απόσβεση δεν πρέπει να λαμβάνεται υπόψιν σε προ φόρων αναλύσεις. Σε έργα του δημόσιου τομέα, η κρατική υπηρεσία που αναλαμβάνει κάποιο έργο δεν πληρώνει φυσικά φόρους. Έτσι η απόσβεση αγνοείται παντελώς αφού η μοναδική της λειτουργία, δηλ. η συμμετοχή στον υπολογισμό του φόρου εισοδήματος, δεν υφίσταται.

2.14 Κοινή Μονάδα Μέτρησης

Συχνά συμβαίνει κατά την ανάλυση έργων, οι συνέπειες των εναλλακτικών που λαμβάνονται υπόψιν να μην προκύπτουν στην ίδια μονάδα μέτρησης. Για παράδειγμα, η νέα σειρά προϊόντων μιας εταιρείας μπορεί να έχει θετικές συνέπειες όπως αύξηση των κερδών που μετρούνται με νομισματικές μονάδες και αύξηση του μεγέθους της εταιρείας με αποτέλεσμα την αύξηση της ευκολίας χρηματοδότησης, καθώς και της αναγνώρισης των προϊόντων, που προσμετρώνται ως αύξηση των πωλήσεων πάλι με νομισματικές μονάδες και τέλος αύξηση του κύρους της εταιρείας, το οποίο δεν έχει κάποια προφανή μονάδα μέτρησης αλλά σίγουρα έχει αδιαμφισβήτητα οφέλη όπως μεγαλύτερη ευκολία απόκτησης ειδικευμένου προσωπικού. Όσον αφορά τις συνέπειες στο κόστος, μετρώνται με νομισματικές μονάδες. Συμπεραίνουμε λοιπόν, ότι κάποιες επιπτώσεις είναι μετρήσιμες με κοινές μονάδες (εδώ νομισματικές) αλλά τουλάχιστον μια είτε δεν είναι μετρήσιμη, είτε ποσοτικοποιείται μόνο με την επινόηση κάποιου μεγέθους, όπως π.χ. η ποσοστιαία αύξηση της αναγνώρισης κάποιας εταιρείας ως επιθυμητού εργοδότη μεταξύ των χημικών μηχανικών. Είναι προφανές ότι χρειάζεται να βρεθεί κάποιος τρόπος μέτρησης επιπτώσεων που εμφανίζονται σε ανόμοιες μονάδες μέτρησης. Με άλλα λόγια οι επιπτώσεις πρέπει να αποκτήσουν κοινό μέσο μέτρησης.

Το πιο σύνηθες κοινό μέσο μέτρησης των επιπτώσεων διαφόρων εναλλακτικών είναι το χρήμα. Οι οικονομικοί αναλυτές προσπαθούν να μετρήσουν όσο το δυνατόν περισσότερες επιπτώσεις με νομισματικές μονάδες οι οποίες είναι αλγεβρικά αθροίσιμες. Για τις επιπτώσεις εκείνες για τις οποίες αυτό δεν είναι δυνατόν, απλά χαρακτηρίζονται ως θετικές ή αρνητικές και μπορούν έτσι να επηρεάσουν κάποια απόφαση στο βαθμό που αυτός που παίρνει την απόφαση θεωρεί ότι πρέπει. Στο παράδειγμα της προηγούμενης παραγράφου, όλες οι επιπτώσεις εμφανίστηκαν μετρούμενες με νομισματικές μονάδες, εκτός από μια, την αναγνώριση της εταιρείας από πιθανούς υπαλλήλους. Αυτό το χαρακτηριστικό θεωρήθηκε απλά ως όφελος (θετικό).

Τελευταία, αναπτύχθηκε ένας τρόπος για να συνυπολογίζονται επιπτώσεις που δεν εκφράζονται με ίδιες μονάδες. Ονομάζεται *ανάλυση πολλαπλών στόχων*. Εδώ θα περιοριστούμε στην παραδοσιακή μέθοδο διαχείρισης επιπτώσεων εναλλακτικών, η οποία συνιστά την κοινή έκφρασή τους σε νομισματικές μονάδες. Οι επιπτώσεις που δεν μπορούν να εκφραστούν τοιουτοτρόπως, εμφανίζονται περισσότερο στον δημόσιο τομέα οικονομικής ανάλυσης παρά σε περιπτώσεις του ιδιωτικού τομέα. Ένας αυτοκινητόδρομος μπορεί να παρουσιάσει οφέλη τα οποία ποτέ δε θα εκτιμηθούν στην αγορά, όπως για παράδειγμα το όφελος του χρόνου που εξοικονομείται μέσω ενός νέου και συντομότερου δρόμου. Ένα έργο κατασκευής ενός φράγματος μπορεί να δώσει οφέλη αναψυχής αλλά και οφέλη παραγωγής ενέργειας με τη διαφορά ότι τα πρώτα δεν υπολογίζονται σαν αντικείμενα αγοράς σε αντίθεση με τα δεύτερα.

2.15 Ασκήσεις

1. Αναγνωρίστε και κατατάξτε τις επόμενες περιγραφές ως αμοιβαία αποκλειόμενες, ανεξάρτητες ή αλληλοεξαρτώμενες περιπτώσεις επένδυσης:

   i) Η κυβέρνηση της Πορτογαλίας έχει υπόψιν της να χρηματοδοτήσει 76 μεγάλα έργα για ένα μακρόπνοο πρόγραμμα οδοποιίας. Κανένα έργο δεν επηρεάζει τεχνικά κάποιο άλλο.

   ii) Τρεις τύποι εμπορικών ραπτομηχανών αναλύονται από την εταιρεία 'CasualWear' με σκοπό να αντικαταστήσουν τα υπάρχοντα μηχανήματα. Για λόγους συντήρησης και επιδιορθώσεων μόνο ένας τύπος μπορεί να επιλεγεί.

   iii) Η ενεργειακή εταιρεία 'Thunder' εξετάζει 15 προτάσεις για σύστημα διανομής. Τρεις από αυτές εμπλέκουν εναλλακτικούς τρόπους επίλυσης ενός συγκεκριμένου προβλήματος. Καμία από τις 15 προτάσεις δεν επηρεάζει τεχνικά κάποια άλλη.

2. Ένα εργαστήριο επεξεργασίας φωτογραφιών επιθυμεί να αυξήσει τα χρήματα που διατίθενται για εσωτερικές αναβαθμίσεις, μέσω έκδοσης μετοχών. Με άλλα λόγια ένα ιδιωτικό εργαστήριο που

άνηκε αποκλειστικά σε τρία αδέλφια, τώρα θα ανήκει στους μετόχους. Δέκα 10 εκατ. δολ. θα διανεμηθούν σε μετοχές των 100 Ευρώ. Κάθε μετοχή θα έχει ετήσιο μέρισμα 5 Ευρώ. Οι βελτιώσεις θα αποφέρουν 23% αύξηση στην οικονομική ζωή της εταιρείας. Ποιο είναι το χρηματικό κόστος κεφαλαίου και ποιο το κόστος ευκαιρίας του κεφαλαίου για την εταιρεία με τις δεδομένες περιστάσεις.

3. Γιατί πρέπει να συμπεριλαμβάνεται ο πληθωρισμός στις οικονομικές μελέτες και αναλύσεις; Στην χώρα μας, ποιος ήταν ο μέσος όρος του πληθωρισμού πέρσι; Σε γενικές γραμμές, πώς μεταβάλλεται ο πληθωρισμός τα τελευταία 10 χρόνια;

4. Έχει ειπωθεί ότι ο σκοπός των ανώτερων στελεχών που συνδυάζουν οικονομικές, διοικητικές και τεχνικές γνώσεις, είναι να εξασφαλίζουν μέγιστο κέρδος από ελάχιστη επένδυση. Αποτελεί αυτό οδηγό για επιλογή μεταξύ εναλλακτικών λύσεων; Επεξηγήστε τα σχόλια σας με κάποιο αριθμητικό παράδειγμα.

5. Έχετε την ευκαιρία να αγοράσετε μέρος μιας μικρής εταιρείας, με 3000 Ευρώ. Η συνεργασία σας με την εταιρεία μετά την αγορά δεν περιλαμβάνει για εσάς καμία άλλη υποχρέωση. Απλώς για όσο διάστημα είστε κάτοχος των σχετικών τίτλων, θα έχετε λαμβάνειν 850 Ευρώ ετησίως. Το δικαίωμά σας αυτό, θα μπορείτε να το μεταβιβάσετε μέσω των τίτλων στα παιδιά σας. Με άλλα λόγια μπορείτε επ' άπειρον να έχετε αυτό το ετήσιο κέρδος. Από την άλλη, ένας φίλος σας στον οποίο μιλήσατε σχετικά με το ζήτημα, σας προσφέρει 2000 Ευρώ αμέσως προκειμένου να του αφήσετε την ευκαιρία. Η γυναίκα σας πάντως, η οποία έχει ρίξει μια πρόχειρη ματιά στο βιβλίο σας με τις μεθοδολογίες λήψης οικονομοτεχνικών αποφάσεων, θεωρεί την προσφορά του φίλου σας μεγάλη ευκαιρία και σας συνιστά να δεχτείτε χωρίς δεύτερη σκέψη. Η ελάχιστη ανταποδοτική αξία που μπορείτε να λάβετε ανά πάσα στιγμή για οποιοδήποτε ποσό είναι 20%. Πρέπει να ακολουθήσετε τη συμβουλή της γυναίκας σας και γιατί; (απ. Ναι)

6. Κάποιος φίλος σας λογιστής, επιμένει ότι η απόσβεση αποτελεί καθαρά κόστος διότι: α) είναι παγκοσμίως αποδεκτή σαν κόστος σε όλους τους ισολογισμούς, β) ένα από τα πιο συνηθισμένα σφάλματα των αφελών επιχειρηματιών είναι να παραβλέπουν το κόστος των κεφαλαιουχικών περιουσιακών στοιχείων της εταιρείας, υπολογίζοντας μόνο τα κόστη λειτουργίας, αμελώντας την απόσβεση, γ) η εφορία, αναγνωρίζει την απόσβεση ως νόμιμο κόστος. Σχολιάστε την άποψή του.

7. Η εταιρεία σας ξόδεψε 700000 Ευρώ για την ανάπτυξη μιας νέας ηλεκτρικής οδοντόβουρτσας, η οποία είχε ως αποτέλεσμα μια καθαρή παρούσα αξία για την εταιρεία 1000000 Ευρώ για τη διάρκεια του εγχειρήματος. Τα 700000 Ευρώ ήδη εμπεριέχονται στην παρούσα αξία. Είστε απόλυτα σίγουρος ότι με διάθεση επιπλέον 600000 Ευρώ θα εξασφαλίσετε τα προβλεπόμενα κέρδη. Από την άλλη όμως είστε σίγουρος ότι εάν δεν επενδυθούν αυτά τα επιπλέον 600000 Ευρώ, το εγχείρημα θα πρέπει να εγκαταλειφθεί. Θα υποστηρίξετε τα έξοδα ύψους 600000 Ευρώ; Γιατί; (απ. Ναι)

8. Ένα κτίριο που φτιάχτηκε για να εξυπηρετήσει τις ανάγκες μιας οικοδομής προκειμένου να στεγάσει συνεργεία, αποθήκες και σχετικό εξοπλισμό, πωλείται. Στην εταιρεία σας έχει γίνει μια προσφορά για 75000 Ευρώ. Το κτίριο αγοράστηκε πριν δυο χρόνια για 100000 Ευρώ. Αυτή τη στιγμή κοστίζει 85000 Ευρώ. Ένα κτίριο προς αντικατάστασή του μπορεί να αγοραστεί με 70000 Ευρώ με ακριβώς τις ίδιες ευκολίες και πλεονεκτήματα, ίδιο κόστος συντήρησης, απομένουσα ζωή και αξία εκποίησης με το παλιό. Ο λογιστής σας, σας προτρέπει να μην πουλήσετε το κτίριο. Ισχυρίζεται ότι, θα χάσετε 10000 Ευρώ από την πώληση του παλαιού κτιρίου (85000 - 75000) που σημαίνει ότι κερδίζετε 65000 Ευρώ (75000 - 10000) αλλά τελικά θα πληρώσετε 70000 Ευρώ, χάνοντας τελικά 5000 Ευρώ. Τι απόφαση θα παίρνατε και γιατί, δεδομένων μη διαφοροποιούμενων φόρων και του ότι ισχύει το λεγόμενο «ceteris paribus», που σημαίνει «εάν όλα τα άλλα μένουν σταθερά».

Κεφάλαιο

3

Η Έννοια της Ισοδυναμίας

3.1 Επενδυτικές Επιλογές

3.1.1 Κριτήρια Απόφασης

Η απόφαση επιλογής μεταξύ των εναλλακτικών λύσεων πρέπει να περικλείει κάποια μορφή βελτιστοποίησης. Λέγοντας κάποιος ότι πρέπει να επιλέξει την καλύτερη λύση δεν αρκεί, αφού πρέπει να ορίσει και τον όρο «καλύτερη». Η βελτιστοποίηση αυτή πρέπει να εκφράζεται σε σχέση με κάποιον αντικειμενικό σκοπό. Αν για παράδειγμα στόχος είναι το κέρδος, τότε καλύτερη λύση είναι αυτή που προσδίδει το μεγαλύτερο κέρδος. Αυτός ο φαινομενικά απλός καθορισμός των κριτηρίων δεν είναι πάντα τόσο απλός. Αν στο προηγούμενο παράδειγμα ο στόχος είναι όχι μόνο το μέγιστο κέρδος αλλά και το ελάχιστο κόστος, τότε τα κριτήρια δεν είναι και τόσο προφανή. Θεωρούμε τις εξής εναλλακτικές (Πίνακας 3-1):

Εναλλακτικές	Κόστος	Κέρδος
1	6	2
2	8	4
3	10	6

Πίνακας 3-1: Παρουσίαση εναλλακτικών

Η εναλλακτική με το μέγιστο κέρδος είναι η 3, που έχει όμως και το μέγιστο κόστος. Αντίθετα η εναλλακτική 1 έχει το ελάχιστο κόστος, αλλά επιφέρει και το μικρότερο δυνατό κέρδος. Έτσι πρέπει να γίνει αναπροσαρμογή του κριτηρίου, παραδείγματος χάριν, σε «λύση που εξασφαλίζει την μέγιστη διαφορά μεταξύ κέρδους και κόστους».

3.1.2 Διαδικασία Λήψης Απόφασης

Ενώ ο ορισμός των κριτηρίων είναι κάτι παραπάνω από προφανής, η διαδικασία της λήψης της τελικής απόφασης δεν είναι και τόσο προφανής. Παρ’ όλα αυτά είναι εξίσου σημαντική. Τα βήματα που λογικά ακολουθεί κάποιος ώστε να πάρει μια απόφαση επένδυσης, είναι:

1. Πρώτο βήμα είναι ο ορισμός των στόχων που επιθυμούνται από την συγκεκριμένη επένδυση. Στην απλούστερη περίπτωση ενός μεμονωμένου επενδυτή, στόχος είναι η μεγιστοποίηση του ετήσιου κέρδους και τίποτα παραπάνω. Αν πρόκειται για μια επιχείρηση όμως, δεν είναι μόνο το

κέρδος αλλά και η διεύρυνση του αγοραστικού κοινού, που συνεπάγεται μελλοντικό κέρδος. Οι στόχοι μπορεί να είναι τελείως διαφορετικοί αν πρόκειται για δημόσιο οργανισμό ή ίδρυμα.

2. Το δεύτερο βήμα είναι να εξετασθούν οι εναλλακτικοί τρόποι για να επιτευχθούν οι στόχοι που ορίστηκαν στο προηγούμενο βήμα. Στην περίπτωση του μεμονωμένου επενδυτή, η μεγιστοποίηση του κέρδους μπορεί να γίνει με αγορά μετοχών ή ομολόγων ή αμοιβαίων κεφαλαίων ή με κάποιο συνδυασμό των προηγουμένων. Οι λιμενικές αρχές μιας περιοχής, που θέλουν να αυξήσουν την εμπορική κίνηση του λιμανιού (αντικειμενικός στόχος), μπορούν να αυξήσουν τα αγκυροβόλια ή να προσφέρουν επιπλέον παροχές και διευκολύνσεις. Πρόκειται για τους εναλλακτικούς τρόπους που οδηγούν στην πραγματοποίηση του αρχικού στόχου.

3. Επόμενο βήμα (τρίτο) είναι η πρόβλεψη των συνεπειών του κάθε εναλλακτικού τρόπου, προσέγγισης του στόχου. Ο επενδυτής πρέπει να προβλέψει το κέρδος των ομολόγων, π.χ. 12%, και με λιγότερη ίσως ακρίβεια την απόδοση των μετοχών. Η επιχείρηση που μπορεί να επιτύχει τους στόχους της είτε εισάγοντας ένα αυτοματοποιημένο σύστημα μηχανογράφησης είτε με την κατασκευή νέων αποθηκών, πρέπει να υπολογίσει τόσο το κόστος υλοποίησης της κάθε εναλλακτικής, όσο και το όφελος από αυτές.

4. Τέταρτο βήμα είναι αυτό της αξιολόγησης. Αφού έχουν υπολογιστεί κόστη και οφέλη, ακολουθεί η εφαρμογή μιας μεθόδου που υποδεικνύει τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα των εναλλακτικών και τις κατατάσσει αξιοκρατικά. Στο παράδειγμα του επενδυτή, που στόχος είναι το άμεσο κέρδος, μπορούν να χρησιμοποιηθούν μέθοδοι, όπως αυτός της παρούσας αξίας. Στην περίπτωση της επιχείρησης, ο οικονομικός αναλυτής της θα υπολογίσει τις ροές κεφαλαίων των τρόπων δράσης και θα τις αποτιμήσει με κάποια μέθοδο, όπως της ετήσιας αξίας.

5. Το πέμπτο και τελευταίο βήμα είναι η ίδια η απόφαση. Όλα τα παραπάνω βήματα απαιτούνται για να οδηγήσουν σ' αυτό το τελευταίο και για να αποτρέψουν την αυτόματη εκλογή μιας εναλλακτικής. Τώρα εισάγονται ποιοτικοί παράμετροι που στόχο έχουν να εκτιμήσουν την ορθότητα και την αληθοφάνεια των ποσοτικών αναλύσεων που προηγήθηκαν στα παραπάνω βήματα. Το ετήσιο κέρδος από τις μετοχές θα είναι πράγματι κοντά στο ποσοστό που υπολογίστηκε για τον μεμονωμένο επενδυτή; Η βιωσιμότητα του συστήματος μηχανογράφησης της επιχείρησης ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα; Σ' αυτό το βήμα πρέπει όχι μόνο να απαντηθούν τέτοια ερωτήματα και προβληματισμοί, αλλά και να παρθεί η ίδια η απόφαση.

3.1.3 Αναγνώριση των Εναλλακτικών

Ένα ιδιαίτερα σημαντικό σημείο στην παραπάνω διαδικασία είναι η εξέταση των εναλλακτικών λύσεων. Είναι βέβαιο ότι μια εναλλακτική λύση δεν μπορεί να επιλεγεί αν η ύπαρξή της δεν είναι καν γνωστή στους αποφασίζοντες. Δυστυχώς η μη-αναγνώριση μιας εναλλακτικής δεν εξασφαλίζει ότι όταν ολοκληρωθεί το έργο δε θα εμφανιστεί ως η πλέον κατάλληλη. Όπως περιγράφει στο βιβλίο του ο Steiner, (1980), κάποτε σε μια πολιτεία των ΗΠΑ, μια κατασκευαστική εταιρεία σχεδίαζε την κατασκευή μιας οδού ταχείας κυκλοφορίας και μιας σιδηροδρομικής γραμμής πάνω από ένα ποτάμι. Ορισμένα τμήματα είχαν ανατεθεί σε μικρότερους υπεργολάβους. Ένα συγκεκριμένο τμήμα είχε εκτιμηθεί από τους μηχανικούς της μητρικής εταιρείας σε $750000, με χρήση φορτηγών και γεωπροωθητών (μπουλντόζες). Ο νικητής του σχετικού διαγωνισμού ήταν μια εταιρεία που προσφέρθηκε να κάνει το έργο με κόστος $600000, πολύ χαμηλότερα δηλαδή από τις αρχικές προβλέψεις. Όταν τα έργα ξεκίνησαν, δεν χρησιμοποίησαν την κλασσική μέθοδο αλλά μια διαφορετική τεχνική μετακίνησης των χωμάτων, με τη χρήση της ροής των νερών του ποταμού. Έτσι κόστισε στον υπεργολάβο μόνο $300000. Ένας τρόπος μείωσης των πιθανοτήτων μετεμφάνισης εναλλακτικών τρόπων δράσεως είναι η μέθοδος των Δελφών (Delphi Method). Η μέθοδος αυτή περιλαμβάνει τη συγκέντρωση ατόμων με γνώσεις πάνω στο ζητούμενο θέμα και η αίτηση σε αυτούς να εκφράσουν την άποψή τους ανώνυμα. Ο επικεφαλής της μεθόδου συγκεντρώνει τις απόψεις και ανατροφοδοτεί τα άτομα αυτά με όλες τις προτάσεις, ζητώντας να εκφράσουν και πάλι τη γνώμη τους. Στο τέλος οι απόψεις συγκρίνονται και εξάγονται τα αποτελέσματα.

3.1.4 Συνέπειες των Εναλλακτικών στη Διάρκεια του Χρόνου

Στην διαδικασία λήψης της τελικής απόφασης ζωτικό ρόλο παίζουν οι συνέπειες της κάθε εναλλακτικής. Αυτές συνεπάγονται μια χρονική περίοδο που περνά πριν εκδηλωθούν αρκετά, ώστε να γίνουν αντιληπτές πλήρως. Έτσι πρέπει να εξετάζονται με τις μελλοντικές συνθήκες, όταν δηλαδή παρουσιαστούν. Για παράδειγμα αποφασίζεται σήμερα η κατασκευή ενός δρόμου Α έναντι των εναλλακτικών λύσεων Β και Γ. Η απόφαση αυτή πάρθηκε εξετάζοντας τα κόστη και τα οφέλη για την επόμενη 20-ετία. Επιπλέον πρέπει να αναρωτηθεί κανείς και να μελετήσει αν θα έχουν παρουσιαστεί όλες οι σημαντικές συνέπειες μετά από 20 χρόνια.

3.2 Ισοδυναμία

Η ισοδυναμία ποσών είναι μια πολύ σημαντική έννοια, η οποία αναφέρεται στην ισότητα διαφορετικών ποσών που αντιστοιχούν σε διαφορετικές χρονικές περιόδους. Ως γνωστόν το χρήμα έχει δυο «είδη» αξίας. Την ποσότητά του και το χρόνο λήψης του. Όσο πιο «αργά» λάβουμε τα χρήματα, τόσο μικρότερη είναι η αξία τους στο παρόν. Αυτή η σχέση εκφράζεται μαθηματικά μέσω του επιτοκίου. Αν ο τόκος είναι 10% το χρόνο προστιθέμενος ετησίως, 9091 Ευρώ τώρα είναι το ίδιο με 10000 Ευρώ σε ένα χρόνο από τώρα. Με άλλα λόγια προσθέτοντας τον τόκο σε ένα ποσό κάποια χρονική στιγμή, το μετατρέπουμε σε ένα ισοδύναμο ποσό κάποια άλλη χρονική στιγμή. Αυτή η σχέση ισχύει για κάθε ζεύγος μορφών ταμειακής ροής.

α) Ισοδυναμία ποσών με μηδενικό τόκο: Στον πίνακα που ακολουθεί, ο τόκος είναι 0%, πράγμα που σημαίνει ότι το χρήμα δεν έχει αξία όσον αφορά το χρόνο λήψης του. Τα 10000 Ευρώ τώρα, τη χρονική στιγμή μηδέν, ισοδυναμούν με 2000 Ευρώ κάθε χρόνο και για πέντε χρόνια. Η πρώτη στήλη του πίνακα είναι ισοδύναμη με τη δεύτερη:

Έτος	1	2
0	+10000	
1		+2000
2		+2000
3		+2000
4		+2000
5		+2000

Πίνακας 3-2: Ισοδύναμα ποσά χωρίς τόκο

β) Ισοδυναμία ποσών με τόκο 10% : Στον επόμενο πίνακα ο τόκος είναι 10%. Ένα ποσό 10000 Ευρώ το χρόνο μηδέν είναι ισοδύναμο με 11000 Ευρώ μετά ένα χρόνο, ποσό στο οποίο φτάνουμε εάν προσθέσουμε τα 1000 Ευρώ τόκου στις αρχικές 10000 Ευρώ. Βάσει του ίδιου τεκμηρίου, 11000 Ευρώ τον πρώτο χρόνο είναι ισοδύναμα με 10000 Ευρώ στο χρόνο 0, με επιτόκιο στο 10%.

Αν συνεχίσουμε να προσθέτουμε τόκους, τα 11000 Ευρώ το δεύτερο χρόνο θα πρέπει να είναι:

$$11000 + 11000 * (0.10) = 12100$$

τον τρίτο:

$$12100 + 12100 * (0.10) = 13310$$

τον τέταρτο:

$13310 + 13310 * (0.10) = 14641$

και τον πέμπτο:

$14641 + 14641 * (0.10) = 16105$

Αυτή η τελευταία ποσότητα εμφανίζεται στην τρίτη στήλη. Θα λέγαμε λοιπόν ότι 10000 Ευρώ στο χρόνο 0, είναι ισοδύναμα με 11000 τον 1^{ο} χρόνο, ή με 12100 τον 2^{ο}, ή με 13310 τον 3^{ο}, ή με 14641 τον 4^{ο},ή με 16105 τον 5^{ο}.

Φτάσαμε στο ποσό των 16105 Ευρώ, βάζοντας τόκο στον τόκο που ήδη έχουμε λάβει. Σε αυτό το σημείο φτάνουμε στην έννοια του ανατοκισμού. Ο ανατοκισμός αφορά τόσο το αρχικό ποσό, όσο και τον τόκο που του έχει προστεθεί. Είναι επίσης πιθανό, ένα ποσό να είναι ισοδύναμο με μία σειρά ποσών. Για παράδειγμα ένας επενδυτής θα ήταν ικανοποιημένος, με την προϋπόθεση ότι ο τόκος 10% ισχύει για το ποσό το οποίο έχει δεσμεύσει, εάν αφήσει τις 10000 Ευρώ από τον χρόνο 0 και παίρνει μόνο τον τόκο των 1000 Ευρώ κάθε χρόνο μέχρι και τον 5^{ο} οπότε και θα πάρει και τις 10000 Ευρώ. Αυτά τα ποσά διαφαίνονται στην 4^{η} στήλη του πίνακα. Η σειρά των ποσών στην 4^{η} στήλη είναι ισοδύναμη με τις ποσότητες των στηλών 1, 2 και 3 και αντιστρόφως.

Έτος	1	2	3	4	5	6
0	+10000					
1		+11000		+1000	+3000	+2638
2				+1000	+2800	+2638
3				+1000	+2600	+2638
4				+1000	+2400	+2638
5			+16105	+11000	+2200	+2638

Πίνακας 3-3: Ισοδύναμα ποσά

Η 5^{η} στήλη παρουσιάζει μια άλλη σειρά ποσών. Έστω ότι πήραμε τις 10000 Ευρώ σε πέντε ίσες ποσότητες των 2000 συν τον τόκο του ποσού που είχαμε κάθε φορά. Αυτό μας ικανοποιεί, με την προϋπόθεση ότι δεχόμαστε τον τόκο 10%. Έτσι, 2000 Ευρώ τον πρώτο χρόνο συν τον τόκο 10% στα 10000 Ευρώ, είναι συνολικά 3000 Ευρώ. Εν συνεχεία, θα πάρουμε 2000 Ευρώ συν τον τόκο από τις 8000, δηλαδή συνολικά 2800 Ευρώ. Ανάλογα θα ενεργήσουμε και τα επόμενα χρόνια. Η σειρά των ποσών στην 5^{η} στήλη είναι ισοδύναμη με τα ποσά, ή με τις σειρές ποσών που βρίσκονται στις άλλες στήλες.

Η 6^{η} στήλη είναι δυσκολότερο να εξηγηθεί. Προφανώς, αν αληθεύει η ισοδυναμία των 10000 Ευρώ με πέντε ετήσιες πληρωμές των 2638 Ευρώ, το ποσό των 2638 Ευρώ πρέπει να αποτελείται από τον τόκο του ποσού που έχουμε αφήσει συν κάποιο μέρος του ίδιου του ποσού. Για παράδειγμα τα πρώτα 2638 Ευρώ πρέπει να αποτελούνται από τα 1000 Ευρώ του τόκου (10% των 10000) και 1638 Ευρώ, μέρος των 10000 Ευρώ, αφήνοντας (10000 - 1638 =) 8362 Ευρώ. Ανάλογα μπορούμε να συνεχίσουμε τις πράξεις για τα υπόλοιπα χρόνια. Το πώς προσδιορίστηκε το ποσό των 2638 Ευρώ, θα γίνει αργότερα κατανοητό.

Επίσης δυνατό είναι να δούμε τον 5^{ο} χρόνο σαν το χρόνο 0 και να διερωτηθούμε: «Για να έχω τώρα 16105 Ευρώ, πόσα θα έπρεπε να έχω φυλάξει πριν 5 χρόνια;» Η απάντηση είναι, με τόκο 10%, 10000 Ευρώ. Θα μπορούσαμε ακόμη να ρωτήσουμε: «Ποιο ίσο ποσό για τα τελευταία 5 χρόνια είναι ισοδύναμο με 16105 Ευρώ τώρα»; Η απάντηση είναι 2638 Ευρώ. Για να τα συνοψίσουμε όλα αυτά θα μπορούσαμε να πούμε ότι κάθε στήλη του πίνακα είναι ισοδύναμη με κάθε άλλη στήλη, δεδομένου ενός επιτοκίου 10%.

Η γενική ιδέα όσων αναπτύχθηκαν είναι ότι ποσά που διαφέρουν στην ποσότητα μπορούν να είναι ισοδύναμα σε αξία που εξαρτάται από τον χρόνο που εμφανίζονται και από το επιτόκια. Ισοδύναμη αξία είναι μια συνάρτηση της ποσότητας και του χρόνου και έτσι με δεδομένο τόκο μπορούμε να γράψουμε:

Ισοδυναμία ποσών με κάποιο επιτόκιο = ***f*** *(ποσότητα, χρόνος)*

Το ίδιο ποσό μπορεί να μετακινείται μπροστά και πίσω στο χρόνο, ή να μετατρέπεται σε μια σειρά ποσών με διάφορους τρόπους, υπό την προϋπόθεση πάντα ενός δεδομένου επιτοκίου για να πραγματοποιηθούν οι αλλαγές. Το ποσό ή τα ποσά έχουν πάντα την ίδια χρονική αξία με το αρχικό.

3.3 Ερωτήσεις

1. Είναι πιθανό να έχουμε ισοδυναμία με περισσότερα από ένα επιτόκια;
2. Έστω ότι είχατε 6000 Ευρώ αυτή τη στιγμή και το επιτόκιο ήταν 7%. Θέλετε να δεσμεύσετε τα χρήματά σας για 6 χρόνια παίρνοντας κάθε χρόνο μόνο τον τόκο και στο τέλος ολόκληρο το ποσό. Ποια θα είναι τα ισοδύναμα ποσά για κάθε ένα από τα 6 χρόνια:
3. Στην 6η στήλη του 2ου πίνακα δείξτε πόσος είναι ο τόκος κάθε χρόνο με 10% και πόσο από τις αρχικές 10000 Ευρώ λαμβάνουμε κάθε χρόνο.

Κεφάλαιο

4

Επιτόκιο & Μετασχηματιστές

4.1 Εισαγωγή

Όπως έχει αναλυθεί μέχρι τώρα, το χρήμα έχει διττή αξία, ήτοι την αριθμητική τιμή του καθώς και την χρονική στιγμή στην οποία αναφερόμαστε. Γύρω από αυτό το οπτικό πρίσμα θα γίνει μέσω μαθηματικών τύπων η ανάλυση της έννοιας του επιτοκίου και των βασικών αρχών της διαχρονικής αξίας του χρήματος.

Στη συνέχεια (Κεφάλαια 5-9), στη βάση των «μετασχηματιστών» που αναλύονται εντός του παρόντος κεφαλαίου, θα αναλυθούν και θα εφαρμοστούν στην πράξη, οι βασικές μέθοδοι σύγκρισης και αξιολόγησης εναλλακτικών επενδυτικών αποφάσεων. Οι μέθοδοι που θα παρουσιαστούν είναι οι κάτωθι τέσσερις:

1. Παρούσα αξία (present worth)
2. Ετήσια Αξία (annual worth)
3. Λόγος οφέλους-κόστους (benefit/cost ratio)
4. Εσωτερικός βαθμός απόδοσης (internal rate of return)

Σύμβαση: Θα χρησιμοποιηθεί η μέθοδος αναγωγής κάθε γεγονότος στο τέλος του έτους. Δηλαδή όλες οι συνέπειες κατά τη διάρκεια του έτους θα ανάγονται στο τέλος της περιόδου.

Προχωρούμε τώρα στην παρουσίαση και το σχολιασμό κάποιων εννοιών που θεωρούνται βασικές στη διαδικασία λήψης οικονομοτεχνικών αποφάσεων, μέσα από την επίλυση απλών πρακτικών παραδειγμάτων.

Παράδειγμα

Μία μικρή αεροναυπηγική εταιρεία ανακάλυψε τα συντρίμμια ενός μικρού αεροπλάνου Fokker D7 του Α΄ παγκοσμίου πολέμου σε μία τοπική φάρμα. Η εταιρεία πλήρωσε 60000 Ευρώ για την απόκτησή του και κατά τη διάρκεια όλου του έτους πλήρωσε 546000 Ευρώ για την επισκευή του.

Οι δαπάνες για τη φύλαξη του αεροσκάφους σε υπόστεγο ήταν 75000 Ευρώ για ένα χρόνο. Τελικά η εταιρεία πούλησε το αεροσκάφος σε λέσχη συλλεκτών για 3000000 Ευρώ.

Τι εσωτερικό βαθμό απόδοσης (ΕΒΑ) είχε η επένδυση για την εταιρεία;

Λύση:

Ολικό κόστος:	Αρχικό κόστος	60000 (στην αρχή του έτους)
	Επισκευές	546000
	Αποθήκευση	75000
		681000 (στο τέλος του έτους)

$$\frac{3000000 - 681000}{60000} \times 100 = 3865\%$$

Άρα ο εσωτερικός βαθμός απόδοσης (ΕΒΑ) για την εταιρεία ήταν 3865%. Εάν η εταιρεία είχε κάνει την αγορά νωρίτερα ή αργότερα από το έτος στο οποίο αναφερόμαστε το νούμερο αυτό θα διέφερε, ενώ οποιαδήποτε αγοροπωλησία κατά τη διάρκεια του δεδομένου έτους ανάγεται στο τέλος αυτού του έτους. Το παράδειγμα αυτό δείχνει τον υπολογισμό του ΕΒΑ επένδυσης που διαρκεί ένα χρόνο.

Η ανάλυση που θα ακολουθήσει βασίζεται σε τρεις υποθέσεις:

1. Ο πληθωρισμός δε θα ληφθεί υπ' όψη στον παρόν κεφάλαιο όχι διότι δεν είναι σημαντικός, αλλά προκειμένου να κατανοηθεί σταδιακά η διαχρονική αξία του χρήματος.
2. Όλες μας οι προβλέψεις είναι βέβαιο ότι θα συμβούν.
3. Ο φόρος εισοδήματος δε θα ληφθεί υπόψιν, προς το παρόν.

4.2 Η Διττή Αξία του Χρήματος

Εδώ θα αναλυθεί ο χειρισμός γεγονότων και ενεργειών που λαμβάνουν χώρα σε διαφορετικά χρονικά διαστήματα και θα υποδειχθούν τρόποι μέτρησής τους τελικά με τις ίδιες μονάδες.

Απλό επιτόκιο: Στο τέλος της κάθε περιόδου το ποσό που θα πληρωθεί ισούται με το αρχικό ποσό στο οποίο αναφερόμαστε συν το ποσοστό του επιτοκίου πολλαπλασιασμένο επί το αρχικό ποσό επί τον συνολικό αριθμό των περιόδων N που ενδιαφερόμαστε. Το ποσοστό του επιτοκίου θεωρούμε ότι δε διαφοροποιείται. Για αρχικό κεφάλαιο πχ. 10000 Ευρώ και απλό επιτόκιο 20% προκύπτει ο ακόλουθος πίνακας:

Χρόνος N	Τόκος (Ευρώ)	Πληρωτέο ποσό F_N
0		10000
1	2000	12000
2	2000	14000
3	2000	16000
4	2000	18000

Πίνακας 4-1: Ποσά με βάση απλό επιτόκιο

Ο ανατοκισμός διαφέρει από τον απλό τόκο διότι το επιτόκιο πληρώνεται στο αρχικό ποσό επαυξημένο με τον τόκο της προηγούμενης περιόδου.

Για το ίδιο αρχικό κεφάλαιο (10000 Ευρώ) και επιτόκιο ανατοκισμού 20% προκύπτει ο ακόλουθος πίνακας:

Χρόνος N	Τόκος (Ευρώ)	Πληρωτέο ποσό F_N
0	-	10000
1	2000	12000
2	2400	14400
3	2880	17280
4	3456	20736

Πίνακας 4-2: Ποσά με βάση επιτόκιο ανατοκισμού

Για παράδειγμα 2400 Ευρώ (για το δεύτερο χρόνο) = 12000 * (20/100), άρα το πληρωτέο ποσό στο τέλος του δεύτερου χρόνου είναι:12000 + 2400 = 14400 Ευρώ.

Γενίκευση για απλό επιτόκιο:

$$F_N = P + i * P * N$$

Όπου:

F_N = χρηματικό ποσό πληρωτέο N περιόδους μετά το δανεισμό (και γενικότερα, ποσό που αναμένεται να είναι διαθέσιμο σε N χρονικές περιόδους από σήμερα)

P : σημερινό πληρωτέο ποσό (και γενικά κεφάλαιο διαθέσιμο σήμερα, σε παρόντα χρόνο)

N : αριθμός χρονικών περιόδων

i : ποσοστό επιτοκίου

Για την περίπτωση που έχουμε ανατοκισμό, σύμφωνα με τον προηγούμενο τύπο:

$$F_1 = P + P_i = P*(1+i)$$

$$F_2 = P*(1+i) + i*P*(1+i) = P*(1+i)*(1+i) = P*(1+i)^2$$

$$F_3 = P*(1+i)^2 + i*P*(1+i)^2 = P*(1+i)^2*(1+i) = P*(1+i)^3$$

$$F_4 = P*(i+1)^3 + i*P*(1+i)^3 = P*(1+i)^3*(1+i) = P*(1+i)^4$$

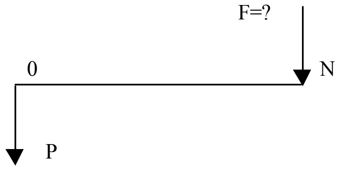
Γενικεύοντας $F_N = P*(1+i)^N$, ο τύπος αυτός συμβολίζεται ως $(F/P,i,N)$.

4.3 Αναπαράσταση Υπολογισμού Βασικών Μετασχηματιστών

Στις γραφικές αναπαραστάσεις εισροών και εκροών σε ένα χρηματο-χρονοδιάγραμμα (cash-flow), τα βέλη με φορά προς τα άνω δείχνουν εισροή χρήματος, ενώ προς τα κάτω δείχνουν εκροή. Η οριζόντια γραμμή δηλώνει χρόνο (τον χρονικό ορίζοντα της αναπαριστώμενης επένδυσης).

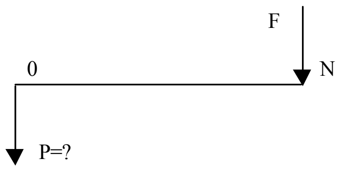
Υπενθύμιση: εισροές και εκροές ανάγονται πάντα στο τέλος του χρόνου.

Το Διάγραμμα 4-1 δείχνει την αναπαράσταση ενός αρχικού ποσού *P* από το οποίο προσπαθούμε να υπολογίσουμε το ισοδύναμό του μελλοντικό ποσό *F*, μετά την πάροδο *N* χρονικών περιόδων. Πρόκειται για τον μετασχηματιστή που υπολογίσαμε στην προηγούμενη παράγραφο, τον οποίο ονομάζουμε «συντελεστή μελλοντικής συσσώρευσης μοναδικού ποσού» (single-payment compound amount factor) ή πιο απλά *μετασχηματιστή F/P (F δια P).*



Διάγραμμα 4-1: Εύρεση του μετασχηματιστή F/ P

Αντίστοιχα, στο Διάγραμμα 4-2 προσπαθούμε να υπολογίσουμε το ισοδύναμο σημερινό ποσό *P*, ενός δοθέντος μελλοντικού ποσού *F* που είναι διαθέσιμο μετά από *N* χρονικές περιόδους. Με άλλα λόγια, προσπαθούμε να μετασχηματίσουμε ένα μελλοντικό ποσό, σε ένα ισοδύναμο σημερινό ποσό, διαδικασία που θα γίνεται στο εξής μέσω του μετασχηματιστή με την ονομασία «συντελεστής παρούσας αξίας μοναδικού ποσού» (single-payment present worth factor), ή *μετασχηματιστή P/F*. Προκύπτει από τον τύπο $F_N = P*(1+i)^N$, τον οποίο διαιρούμε κατά μέλη δια $(1+i)^N$ και έχουμε $P = F_N * (\frac{1}{1+i})^N$.Ο μετασχηματιστής αυτός συμβολίζεται τυπικά με *(P/F,i,N)* και βρίσκεται από τους πίνακες (Παράρτημα Α) για $1 \le i \le 50$ % και κυμαινόμενες τιμές του N_s.



Διάγραμμα 4-2: Εύρεση του μετασχηματιστή P/ F

<u>Παράδειγμα:</u>

Αν θέλατε να συγκεντρωθεί ποσό 100000 Ευρώ μετά την πάροδο 5 χρόνων σε λογαριασμό που αποδίδει τόκο 12% ετησίως πόσα χρήματα πρέπει να καταθέσετε σήμερα;

Λύση α:

F = 100000 Ευρώ, i = 0.12, N = 5 από τους πίνακες μετασχηματιστών έχουμε

$P = F * (P/F,i,N)$ = 100000 * (0.5674) Ευρώ

Άρα το ποσό που πρέπει σήμερα να καταθέσει είναι 56740 Ευρώ.

Λύση β:

Μέσω του τύπου : $P = F_N * (\frac{1}{1+i})^N$

Το Διάγραμμα 4-3 δείχνει πως πρέπει να υπολογιστεί ένα ισοδύναμο μελλοντικό ποσό F διαθέσιμο μετά από N περιόδους, για ένα γνωστό ετήσιο ομοιόμορφα κατανεμημένο ποσό A. O υπολογισμός αυτός θα αντιστοιχεί στη συνέχεια του βιβλίου, στο μετασχηματιστή με την ονομασία «συντελεστής μελλοντικής συσσώρευσης σειριακά κατανεμημένου ομοιόμορφου ποσού» (series compound amount factor), ή πιο απλά του *μετασχηματιστή F/A*. O τύπος αυτός μετράει τον αριθμό των ισόποσων δόσεων καταβολών που θα συγκεντρωθούν αν κάθε υπόλειμμα συγκεντρωθεί σε *i*% επιτόκιο χωρίς να αποσυρθεί καθόλου κεφάλαιο. Κάθε δόση πληρωμής καθώς και το περιοδικό της επιτόκιο εξακολουθούν να επενδύονται με επιτόκιο *i*.

$$F_N = P_1 * (1+i)^{N-1} + P_2 * (1+i)^{N-2} + ... + P_{N-1} * (1+i)^{N-(N-1)} + P_N * (1+i)^{N-N} =$$
$$P_1 * (1+i)^{N-1} + P_2 * (1+i)^{N-2} + ... + P_{N-1} * (1+i)^1 + P_N * (1+i)^0$$

Αφού έχω ισόποσες δόσεις $P_1 = P_2 = ... = P_N \equiv A$ άρα

$$F_N = A * (1+i)^{N-1} + A * (1+i)^{N-2} + ... + A * (1+i)^{N-(N-1)} + A \Rightarrow$$

$$F_N = A * [1 + (1+i) + ... + (1+i)^{(N-2)} + (1+i)^{N-1}] \qquad (1)$$

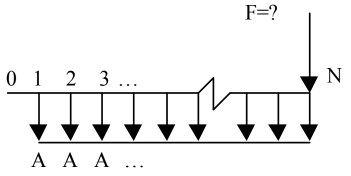
πολλαπλασιάζοντας με *(1+i)* και τα δύο μέλη

$$(1+i) * F_N = A * [(1+i) + (1+i)^2 + ... + (1+i)^{N-1} + (1+i)^N] \qquad (2)$$

Αφαιρούμε κατά μέλη την (1) από τη (2):

$$(1+i) * F_N - F_N = -A + A * (1+i)^N \Rightarrow F_N = A * [\frac{(1+i)^N - 1}{i}] \quad (3)$$

Η παράσταση μέσα στην αγκύλη συμβολίζεται τυπικά ως *(F/A,i,N)*.



Διάγραμμα 4-3: Εύρεση του μετασχηματιστή F/ A

Παράδειγμα:

Καταθέτοντας 200000 Ευρώ κάθε 1η Ιουλίου για τα επόμενα 15 χρόνια σε λογαριασμό που αποδίδει 12% ετησίως, πόσα χρήματα θα έχουν συγκεντρωθεί μέχρι την 1η Ιουλίου σε 15 χρόνια;

Λύση α:

A=200000 Ευρώ, $N = 15$ και $i = 0.12$

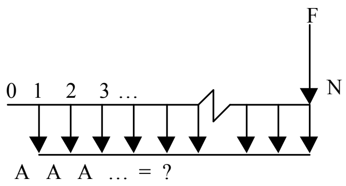
Αντικαθιστώντας στον τύπο (3) θα βρούμε 7456000 Ευρώ.

Λύση β:

Από τους πίνακες μετασχηματιστών, ψάχνουμε να βρούμε το

(F/A,12,15) $\cong$ 37.28 και $F = A *$ *(F/A,12,15)* = 7456000 Ευρώ.

Αντίστροφα, το Διάγραμμα 4-4 δείχνει τον μετασχηματισμό ενός γνωστού μελλοντικού ποσού *F* διαθέσιμου μετά από *N* έτη, σε ένα ισόποσο ετήσιο ομοιόμορφα κατανεμημένο ποσό (π.χ. στην ισοδύναμη ετήσια δόση του ποσού *F*). Πρόκειται για την αναπαράσταση του *μετασχηματιστή A/F* (στα αγγλικά “sinking fund factor”).



Διάγραμμα 4-4: Εύρεση του μετασχηματιστή A / F

Αντιστρέφοντας τον τύπο του μετασχηματιστή *F/A* βρίσκουμε τον τύπο του μετασχηματιστή *A/F*. Ο τύπος αυτός λοιπόν, ουσιαστικά απαντά στην απλή ερώτηση: *Τι ποσό πρέπει να καταθέτω περιοδικά με επιτόκιο-i, για N- χρονικές περιόδους, προκειμένου να επιτύχω ένα τελικό ποσό ύψους F_N Ευρώ;*

$$A = F_N * [\frac{i}{(1+i)^N - 1}] \qquad (4)$$

Η παράσταση εντός της αγκύλης συμβολίζεται με *(A/F,i,N)*.

Παράδειγμα:

Επιθυμείτε να καταθέσετε σε τραπεζικό λογαριασμό που αποδίδει ετησίως τόκο 12% ένα ποσό χρημάτων που θα σας επιτρέπει να αποσύρετε 2000000 Ευρώ μετά από 4 χρόνια. Πόσο πρέπει να καταθέσετε ετησίως για να επιτευχθεί αυτό;

Λύση α:

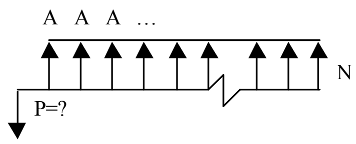
$F = 2000000$, $N = 4$ και $i = 0.12$, αντικαθιστώντας στον τύπο (4) έχουμε:

$A = 418460$ Ευρώ (ετησίως)

Λύση β:

Χρησιμοποιώντας τους πίνακες μετασχηματιστών με *(A/F,12,4)* βρίσκουμε ότι *(A/F,12,4)* = 0.20923 και $A = F * (A/F,12,4) = 2000000 * (0.20923) = 418460$ Ευρώ.

Το Διάγραμμα 4-5 δείχνει πως από ένα γνωστό ισόποσο ετήσιο ομοιόμορφα κατανεμημένο ποσό *A*, υπολογίζουμε το ισοδύναμό του σημερινό ποσό *P*. Πρόκειται για τον *μετασχηματιστή P/A* (present worth factor).



Διάγραμμα 4-5: Εύρεση του μετασχηματιστή P/ A

Φανταστείτε στην περίπτωση αυτή ότι ζητείται να βρεθεί η παρούσα αξία σειράς πληρωμών ποσού *A*.

Από την εξίσωση $F_N = P * (1+i)^N$ αντικαθιστούμε στην (3) και έχουμε:

$$P * (1+i)^N = A * [\frac{(1+i)^N - 1}{i}]$$ και διαιρώντας κατά μέλη με $(1+i)^N$:

$$P = A * [\frac{(1+i)^N - 1}{i * (1+i)^N}] \qquad (5)$$

Η παράσταση εκτός της αγκύλης τυπικά συμβολίζεται με *(P/A,i,N)*.

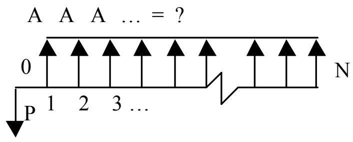
Παράδειγμα:

Βρείτε την παρούσα αξία καταθέσεων 250000 Ευρώ ετησίως για τα προσεχή 10 χρόνια αν το επιτόκιο είναι 12%.

Λύση: $A = 250000$, $N = 10$, $i = 0.12$ από τους πίνακες μετασχηματιστών και από την αντίστοιχη στήλη για το *P/A* βρίσκουμε 5.560 άρα,

$$P = A * (P/A,i,N) = 250000 * (5.560) = 1390000 \text{ Ευρώ.}$$

Τέλος το Διάγραμμα 4-6 δείχνει πως υπολογίζουμε γραφικά ένα ισόποσο ομοιόμορφα κατανεμημένο στο χρόνο, ποσό *A* (πχ. ετήσια δόση), από το ισοδύναμό του σημερινό ποσό *P* που είναι σε εμάς γνωστό. Πρόκειται για τον «*συντελεστή ανάκτησης κεφαλαίου*» ή απλούστερα για τον *μετασχηματιστή A/P* (capital recovery factor).



Διάγραμμα 4-6: Εύρεση του μετασχηματιστή A / P

Η μετατροπή της παρούσας πληρωμής σε μια σειρά ισόποσων μελλοντικών δόσεων, γίνεται από τη σχέση (5) από την οποία αντιστρέφοντας έχουμε: $A = P * [\frac{i*(1+i)^N}{(1+i)^N - 1}]$.

Η παράσταση εντός της αγκύλης συμβολίζεται με *(A/P,i,N)* και είναι η ζητούμενη, για τον αναλυτικό προσδιορισμό του μετασχηματιστή *A/P*.

Παράδειγμα:

Η τράπεζά σας προθυμοποιείται να σας δανείσει το ποσό που χρειάζεστε για να αγοράσετε ένα διαμέρισμα. Στην τράπεζά σας πρέπει να πληρώνετε την ετήσια δόση αποπληρωμής συν τους τόκους με ετήσιο επιτόκιο 12% για 30 χρόνια. Αν το ποσό δανεισμού είναι 10000000 Ευρώ, ποίο είναι το ετήσιο ποσό προς πληρωμή;

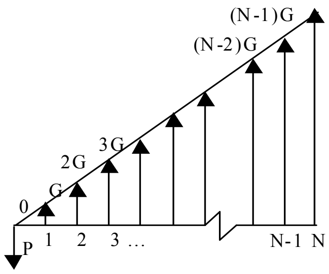
Λύση: $P = 10000000$, $N = 30$, $i = 0.12$.

Από τους πίνακες μετασχηματιστών βρίσκουμε τις ομοιόμορφες σειρές ανάκτησης κεφαλαίου συντελεστή *A/P*, για $N = 30$ έχουμε 0.12414, άρα
$A = P * (A/P,i,N) = 10000000 * (0.12414) = 1241400$ Ευρώ.

4.4 Κλιμακωτές Αυξήσεις Ποσών

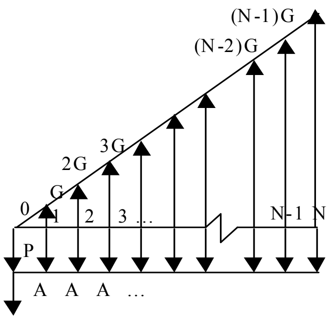
Εκτός από τους παραπάνω έξι συνήθεις μετασχηματιστές ποσών, υπάρχουν και ακόμη δύο που αντιστοιχούν σε «κλιμακωτά» ποσά, τα οποία εξηγούνται σε επόμενες παραγράφους του παρόντος κεφαλαίου.

Το Διάγραμμα 4-7 δείχνει πως σκεφτόμαστε στον υπολογισμό του ισοδυνάμου ποσού *P*, για ένα κλιμακωτά αυξανόμενο ποσό με βήμα *G*, επί *N* χρονικές περιόδους. Πρόκειται για τον *μετασχηματιστή P/G* (gradient present worth factor).



Διάγραμμα 4-7: Εύρεση του μετασχηματιστή P/ G

Ανίστοιχα, στο Διάγραμμα 4-8 αναπαρίσταται ο τρόπος εύρεσης της αντιστοιχίας μεταξύ ενός ομοιόμορφου ετήσια κατανεμημένου ποσού *A* και ενός κλιμακωτού ποσού με βήμα *G*. Πρόκειται για τον *μετασχηματιστή A/G* (gradient uniform series factor).



Διάγραμμα 4-8: Εύρεση του μετασχηματιστή A / G

Παράδειγμα:

Κάποιος πατέρας επενδύει 1000000 Ευρώ τώρα σε επένδυση που αποδίδει 12% ετησίως. Σκοπεύει επίσης να επενδύσει και τους τόκους ενώ θα αποσύρει τα χρήματα σε 10 χρόνια για να τα διαθέσει για να προικίσει την κόρη του (!) Τι ποσό θα έχει σε 10 χρόνια;

Λύση α :

Έχουμε ότι $P = 1000000$, $i = 12\%$ και $N = 10$ χρόνια

άρα $F_{10} = 1000000 * (1 + 0.12)^{10} = 3105800$ Ευρώ

Λύση β:

Από τους πίνακες βρίσκουμε τη σχετική στήλη που αντιστοιχεί σε επιτόκιο 12% ανατοκισμού, μετασχηματιστής *F/P*, για *N*=10 και βρίσκουμε τιμή μετασχηματισμού 3.1058, άρα, $F_N = P * (F / P, i, N)$

$$F_{10} = 1000000 * (F/P,12,10) = 1000000 * (3.1058) = 3105800 \text{ Ευρώ}$$

Επιπρόσθετα με τους τύπους που παρουσιάστηκαν, υπάρχει περίπτωση η πληρωμή ενός ποσού να αυξάνεται σταθερά κατά ένα ποσό ετησίως π.χ. η συντήρηση μίας μηχανής που παλαιώνει κάθε χρόνο. Όλες οι σταθερές αυτές αυξήσεις συμβολίζονται με *G*. Επισημαίνεται ότι δεν εξετάζεται ποσοστιαία μεταβολή ετησίως αλλά προσθετική αύξηση. *Το G αρχίζει στο τέλος της δεύτερης περιόδου.*

$F_{N2} = G * (F/A,i,N\text{-}1)$ (στη θέση του A χρησιμοποιήθηκε τώρα το G).

Το επόμενο έτος θα έχουμε $F_{N3} = G * (F/A,i,N\text{-}2)$. Έτσι:

$$F_N = G[\frac{(1+i)^{N-1}-1}{i}] + G[\frac{(1+i)^{N-2}-1}{i}] + \ldots + G[\frac{(1+i)^2-1}{i}] + G[\frac{(1+i)\ -1}{i}] =$$

$$\frac{G}{i}[(1+i)^{N-1} + (1+i)^{N-2} + \ldots + (1+i)^1 - N + 1] \Rightarrow$$

$$F_N = \frac{G}{i}[(1+i)^{N-1} + (1+i)^{N-2} + \ldots + (1+i)^2 + (1+i)^1 + 1] - \frac{NG}{i}$$

Η παράσταση εντός της αγκύλης είναι γνωστή, και χρειάζεται μονάχα να πολλαπλασιάσουμε τα ομοιόμορφα ποσά A, με καθέναν από τους όρους μεταξύ της αγκύλης για να καταλήξουμε στο άθροισμα καθενός Α ανατοκιζόμενου στην περίοδο N. Αντικαθιστούμε:

$$F_N = G[\frac{(1+i)^{N-1}-1}{i}] - \frac{NG}{i} \qquad (6\alpha)$$

Πολλαπλασιάζουμε την έκφραση αυτή με τον τύπο του μετασχηματιστή P/F και το αποτέλεσμα μας δίνει την τιμή του P, ήτοι:

$$P = F_N(\frac{1}{(1+i)})^N = G[\frac{1}{i(1+i)^N}[\frac{(1+i)^N-1}{i}] - \frac{N}{i(1+i)^N}] \qquad (6)$$

Η παράσταση εντός της αγκύλης στη σχέση (6), συμβολίζεται με *(P/G,i,N)*.

Παράδειγμα:

Μία πρέσα σε συνεργείο αυτοκινήτων υπολογίζεται ότι θα έχει τα ακόλουθα κόστη επισκευής για τα ακόλουθα πέντε έτη (τιμές κόστους σε Ευρώ):

Έτος	Κόστη
1	110000
2	122500
3	135000
4	147500
5	160000

Πίνακας 4-3: Κόστη επισκευής

Ποια είναι η παρούσα αξία των τιμών αυτών εάν γίνει έκπτωση 12%;

Λύση:

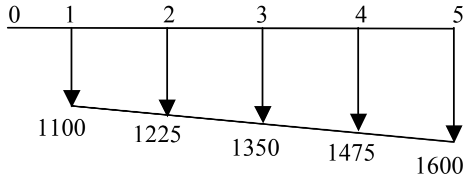
Όπως φαίνεται από την αναπαράσταση του Διαγράμματος 4-9 η κλίση G είναι 12500 Ευρώ ετησίως. Όμως η εξίσωση (6) δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί απευθείας διότι το A πρέπει να συμπεριλαμβάνεται. Στο Διάγραμμα 4-10 διασπάμε το υπάρχον πρόβλημα σε δύο υποπροβλήματα, το άνω δείχνει ομοιόμορφη ετήσια πληρωμή 110000 Ευρώ και το κάτω μία πληρωμή με αυξανόμενη κλίση G

εμφανιζόμενη για πρώτη φορά στο δεύτερο χρόνο, ακριβώς δηλαδή όπως θα έπρεπε να συμβαίνει για να εμφανιστεί ο τύπος (6α).

Άρα $P = A * (P/A,i,N) + G * (P/G,i,N) = 110000 * (P/A,12,5) + 12500 * (P/G,12,5)$ από τους πίνακες μετασχηματιστές, έχουμε:

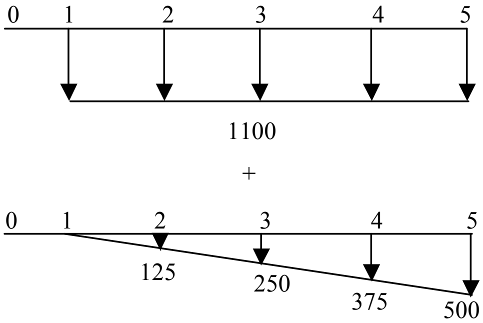
$P = 110000 * (3.605) + 12500 * (6.3970) = 396600 + 80000 = 476600$ Ευρώ, αυτή είναι η παρούσα αξία των πληρωμών.

Συχνά είναι χρήσιμη η μετατροπή μίας σειράς πληρωμών με κλίση στην ισοδύναμη σειρά ομοιόμορφων πληρωμών (βλέπε Διάγραμμα 4-10).



Διάγραμμα 4-9: Αρχικό διάγραμμα για το πρόβλημα της πρέσας

ισούται με:



Διάγραμμα 4-10: Ισοδύναμα διαγράμματα για το Διάγραμμα 4-9

Αυτό γίνεται πολλαπλασιάζοντας την αξία του F_N από τον τύπο (6α) με τον μετασχηματιστή *A/F*.

$$A = F_N[\frac{i}{(1+i)^N - 1}] = \frac{G}{i}\left[\frac{(1+i)^N - 1}{i}\right]\left[\frac{i}{(1+i)^N - 1}\right] - \frac{NG}{i}\left[\frac{i}{(1+i)^N - 1}\right]$$

$$= \frac{G}{i} - \frac{NG}{i}\left[\frac{i}{(1+i)^N - 1}\right] = G\left[\frac{1}{i} - \frac{N}{(1+i)^N - 1}\right] \qquad (7)$$

Η ποσότητα εντός της αγκύλης στη σχέση (7), συμβολίζεται με *(A/G,i,N)*.

<u>Παράδειγμα:</u>

Υποθέστε ότι στο προηγούμενο παράδειγμα ήταν απαραίτητο να βρείτε την ισοδύναμη ισόποση δόση για την αποπληρωμή του κόστους της πρέσας αντί για την συνολική παρούσα αξία. αυτής. Ο τύπος (7) μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε αυτήν την περίπτωση. Διαχωρίζοντας το κεφάλαιο όπως αναλύθηκε πιο πάνω, πληρούνται οι προϋποθέσεις ότι το *G* ξεκινά στο τέλος του δεύτερου χρόνου. Η ισοδύναμη ομοιόμορφη σειρά ετήσιου κόστους είναι:

$A = 110000 + 12500 * (A/G,12,5) = 110000 + 12500 * (1.7746) = 132300$ Ευρώ

Οι τιμές του μετασχηματιστή $(P/G,i,N)$ του τύπου (6) και του μετασχηματιστή $(A/G,i,N)$ του τύπου (7), παρατίθενται στους σχετικούς πίνακες του παρόντος βιβλίου που περιλαμβάνονται στο Παράρτημα Α. Ο μετασχηματιστής $(P/G,i,N)$ χρησιμοποιείται για να μετατρέψει ομοιόμορφα κλιμακωτά ποσά σε ισοδύναμη παρούσα αξία και ο μετασχηματιστής $(A/G,i,N)$ για τη μετατροπή κλιμακωτού ποσού σε ισοδύναμη ισόποση (συνήθως ετήσια) δόση.

Παράδειγμα:

Ας υποτεθεί ότι το ετήσιο κόστος συντήρησης ενός φορτηγού είναι:

Χρόνος (y)	Κόστος (Ευρώ)
0	0
1	0
2	50
3	100
4	150
5	200
6	250

Στο τέλος του 6ου χρόνου προτιθέμεθα να πουλήσουμε το φορτηγό. Το εμπλεκόμενο κόστος ευκαιρίας είναι 15%. ποίο είναι το ισοδύναμα ομοιόμορφα κατανεμημένο ετήσιο κόστος συντήρησης; (Δηλαδή το A;)

Έχουμε $A = G * (A/G, 15, 6)$, και το $G = 50$, δηλαδή, $A = 50 * (2.10) = 105$

Η παρούσα αξία του κόστους συντήρησης για την περίοδο των έξη χρόνων της ζωής του φορτηγού είναι

$P = G * (P/G,15,6)$, $G = 50$

$P = 50 * (7.9368) = 396.84$

Εναλλακτικά η παρούσα αξία θα μπορούσε να υπολογισθεί μέσω του ισοδύναμου ετήσιου κόστους συντήρησης:

$P = A * (P/A,15,6)$, $A = 105$ και $P = 10 * (0.784) = 397.32$

Σημείωση: Υπάρχει μια διαφορά της τάξης του 0.10% η οποία οφείλεται στην προσέγγιση (δεκαδικό ψηφίο) με την οποία παρουσιάζονται οι τιμές των συντελεστών στους πίνακες.

4.5 Σχέσεις Μεταξύ Μετασχηματιστών

Με τις περιγραφείσες σχέσεις μετασχηματιστών είναι εύκολη η επαλήθευση των δόσεων δανείων. Επίσης, οι αντιστροφές των τύπων που περιγράφηκαν είναι πολύ εύκολες:

$$(F/P,i,N) = \frac{1}{(P/F,i,N)} \qquad (8)$$

$$(A/P,i,N) = \frac{1}{(P/A,i,N)} \qquad (9)$$

$$(F/A,i,N)=\frac{1}{(A/F,i,N)} \qquad (10)$$

όπου *F/P* σημαίνει "*F δοθέντος του P*", κλπ.

Άλλες σχέσεις μεταξύ μετασχηματιστών (αποδείξτε τους ως άσκηση!) είναι οι ακόλουθες:

$$\left(F/A,i,N\right)=1+\sum_{t=1}^{N-1}\left(F/P,i,t\right) \qquad (11)$$

$$\left(P/A,i,N\right)=\sum_{t=1}^{N}\left(P/F,i,t\right) \qquad (12)$$

$$\left(A/P,i,N\right)=\left(A/P,i,N\right)+i \qquad (13)$$

$$\left(P/G,i,N\right)=\left(A/G,i,N\right)\left(P/A,i,N\right) \qquad (14)$$

Παράδειγμα:

Αναπτύξατε ένα συντελεστή για την ισοδύναμη μετατροπή ενός συνεχούς και ομοιόμορφου ποσού *B* που λαμβάνει χώρα στην αρχή της κάθε χρονικής περιόδου, σ' ένα μελλοντικό ποσό *F* ανεμενομένου στο τέλος των *N* περιόδων, δοθέντος ενός επιτοκίου *i*.

Λύση:

Σύμφωνα με τα δεδομένα, η πρώτη δόση ποσού ύψους *B* καταβάλλεται στο χρόνο 0, δηλαδή άμεσα και η τελευταία ισόποση δόση *B,* δίνεται στην αρχή της τελευταίας χρονικής περιόδου ή ισοδύναμα στο τέλος της *N-1*.

Έχουμε $F = A * (F/A,i,N)$ και $A = B * (1+i)$

$F = B * (1+i) * \{ [(1+i)^N-1]/i \}$

Δηλαδή, δουλεύοντας με το αρχικό χρηματοχρονοδιάγραμμα, βρίσκουμε την κατάλληλη τιμή του μετασχηματιστή *F/A*, ως εξής:

$(F/A,i,N) = (F/A,i,N) * (F/P,i,1)$

4.6 Ονομαστικό και Αποτελεσματικό Επιτόκιο

Έστω οι κάτωθι συμβολισμοί:

i_M = ουσιαστική ή αποτελεσματική τιμή επιτοκίου για κάποια χρονική περίοδο, μικρότερη από χρόνο (effective rate of interest per period)

i_Y = ουσιαστική ή αποτελεσματική τιμή επιτοκίου σε ετήσια βάση (effective rate of onterest per year)

M = αριθμός περιόδων ανατοκισμού στο διάστημα ενός έτους (compounding periods per year)

r = ονομαστική τιμή επιτοκίου σε ετήσια βάση (nominal interest rate per year)

Το αποτελεσματικό επιτόκιο ανά περίοδο περιγράφθηκε ως *i* στο παρόν κεφάλαιο. Το σύμβολο *M* χρησιμοποιείται τώρα για να δειχθεί καλύτερα η συσχέτιση του *i* με τον αριθμό των περιόδων ανατοκισμού. Εξ' ορισμού, η συσχέτιση μεταξύ του αποτελεσματικού επιτοκίου ανά περίοδο και του ονομαστικού επιτοκίου, είναι:

$$i_M = r/M$$

Για παράδειγμα αν έχουμε 12% ονομαστικό επιτόκιο, με μηνιαίο ανατοκισμό (r = 12%, M = 12) τότε i_M = 1%. Όμως αν το 12% έχει καθοριστεί ως αποτελεσματικό ετήσιο επιτόκιο, ποιος είναι ο σωστός τρόπος για να χειριστεί κάποιος το αποτελεσματικό μηνιαίο επιτόκιο; Φανταστείτε ότι το ποσό του 1 Ευρώ δανείζεται στην αρχή του χρόνου και ανατοκίζεται M φορές κατά τη διάρκεια του έτους με αποτελεσματικό επιτόκιο i_M. Στο τέλος του έτους το 1 Ευρώ θα έχει γίνει $F = 1(1+i_M)^M$. Όμως το F πρέπει επίσης να ισούται με $1(1+i_Y)$ σύμφωνα με το ετήσιο επιτόκιο. Η ισότητα αυτή συνεπάγεται:

$$1(1+i_Y)=1(1+i_M)^M$$

και άρα,

$$i_Y = (1+i_M)^M - 1 \qquad (15)$$

$$i_M = (1+i_\gamma)^{\frac{1}{M}} - 1 \qquad (16)$$

Αυτή η τελευταία εξίσωση λύνει το περιγραφέν πρόβλημα.

<u>Παράδειγμα:</u>

Εάν το αποτελεσματικό ετήσιο επιτόκιο είναι 12% ανατοκιζόμενο μηνιαίως, ποίο είναι το αποτελεσματικό επιτόκιο κατανεμημένο μηνιαίως;

Λύση: Από τη σχέση (16) έχουμε: $i_M = (1+i_\gamma)^{\frac{1}{M}} - 1 = (1 + 0.12)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0.00948 = 0.95\%$

Ένας απλός αριθμός ως τιμή επιτοκίου, μπορεί λοιπόν να χρησιμοποιηθεί τουλάχιστον με τρεις διαφορετικούς τρόπους, αναλόγως του τρόπου με τον οποίο συνδέεται με ετήσιες πληρωμές, με μηνιαίες πληρωμές μέσω χρήσης αποτελεσματικού επιτοκίου καθώς και με μηνιαίως ανατοκιζόμενα ποσά. Ας δούμε και το ακόλουθο παράδειγμα.

<u>Παράδειγμα:</u>

Ένα αγρόκτημα πωλείται με περίοδο αποπληρωμής 15 έτη, με 40% ετήσιο επιτόκιο και 20% προκαταβολή. Οι πληρωμές είναι ετήσιες. Το αρχικό κόστος του αγροκτήματος είναι 50000000 Ευρώ. Ποια θα είναι η ετήσια πληρωμή;

Λύση: 50000000
<u>-10000000</u> (προκαταβολή)
40000000

$A = P * (A/P,i,N)$ = 40000000 * $(A/P,40,15)$ = 40000000 * (0.40259) = 16104000 Ευρώ ετησίως

Σημείωση: όταν υπάρχει ετήσιος ανατοκισμός, το ονομαστικό και το αποτελεσματικό επιτόκιο ταυτίζονται.

Φανταστείτε τώρα ότι το επιτόκιο είναι το αποτελεσματικό και η πληρωμή καθώς και ο ανατοκισμός, γίνονται μηνιαία. Τότε το αποτελεσματικό μηνιαίο επιτόκιο θα υπολογιστεί από την εξίσωση (16):

$$i_M = (1+i_\gamma)^{\frac{1}{M}} - 1 = (1 + 0.40)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0.0284361 = 2.8\%$$

$$A = P[\frac{i(1+i)^N}{(1+i)^N - 1}] = 40000000 * \left[\frac{4.355862}{155.5665 - 1}\right] = 1127250 \approx 1130000 \text{ Ευρώ / μήνα.}$$

4.7 Διαχωρισμός Τόκου - Κεφαλαίου

Συχνά η περιοδική αποπληρωμή ενός δανείου πρέπει να διαχωριστεί σε δύο μερίδια, στο ποσό που αντιστοιχεί στην καταβολή τόκου και στην αποπληρωμή μέρους του αρχικά δανεισθέντος κεφαλαίου. Πρακτικά, η ανάγκη αυτή διαχωρισμού σχετίζεται άμεσα με το γεγονός ότι η καταβολή τόκου είναι (ή καλύτερα θεωρείται από την εφορία) έξοδο. Δηλαδή, συνυπολογισμός του τόκου συμβάλλει στην διαμόρφωση ευνοϊκότερων συνθηκών φορολόγησης[1].

Ας υποθέσουμε ότι ένα δάνειο 1000000 Ευρώ πρόκειται να πληρωθεί (ή καλύτερα εξοφληθεί) σε τρία χρόνια (τρεις ισόποσες δόσεις) με επιτόκιο i = 10%.

Προφανώς, το ύψος της κάθε δόσης *(A)* υπολογίζεται ως εξής:

$A = (A/P,i,N) = 1000 * (A/P,10,3) = 1000 * (0.40211) = 402.11$ χιλ. Ευρώ

Με κάθε δόση ξεπληρώνεται μέρος του κεφαλαίου και καταβάλλεται και τόκος.

Αν συμβολίσουμε την αποπληρωμή του κεφαλαίου με R_y (y είναι ο δείκτης του χρόνου, π.χ. στο παράδειγμα που εξετάζουμε $1 \leq y \leq 3$) και με I_y το ποσό καταβολής τόκου, τότε:

$$A = R_y + I_y, \ \forall y, \ 1 \leq y \leq 3 \qquad (17)$$

Ας δούμε τα πράγματα αναλυτικά:

α. Πρώτος χρόνος (y=1)

$A = 402.11$ $\quad I_1 = 1000 * (0.10) = 100$ $\quad$ άρα $\quad R_1 = 402.11 - 100 = 302.11$

β. Δεύτερος χρόνος (y=2)

$A = 402.11$ $\quad I_2 = (1000 - 302.11) * (10) = 69.79$ $\quad R_2 = 402.11 - 69.79 = 332.32$

γ. Τρίτος (και τελευταίος) χρόνος (y=3)

$A = 402.11$ $\quad I_3 = (1000 - 302.11 - 332.32) * (0.10) = 36.56$ $\quad R_3 = 402.11 - 36.56 = 365.55$

Συνοψίζοντας έχουμε:

Χρόνος *(y)*	Δόση *(A)*	Καταβολή Τόκου (I_y)	Αποπληρωμή Κεφαλαίου (R_y)	Υπόλοιπο Κεφαλαίου Δανείου
0				1000 = P
1	402.11	100	302.11	697.89
2	402.11	69.79	332.32	365.57
3	402.11	36.56	365.55	0

(θυμίζουμε ότι i = 10 %)

[1] Το θέμα του υπολογισμού της φορολογίας στα πλαίσια της λήψης οικονομοτεχνικών αποφάσεων εξετάζεται αργότερα με μεγαλύτερη λεπτομέρεια.

Θα προχωρήσουμε στην διαμόρφωση αναλυτικών σχέσεων υπολογισμού των I_y και R_y. Ας ξεκινήσουμε με το R_y.

Παρατηρείστε ότι το R_y είναι ίσο με την διαφορά του Υπολοίπου Κεφαλαίου Δανείου (τελευταία κολώνα) από τον προηγούμενο χρόνο.

Εστω Υπόλοιπο Κεφαλαίου Δανείου στον χρόνο y: $YK_y \quad y = 0,1,2,3$

$YK_o = P = 1000 = A * (P/A,10,3) = 402.11\ (2.487)$

$YK_3 = 0$ αφού πρέπει στο τέλος της τριετίας να έχει ξεπληρωθεί το δάνειο.

Επίσης: $R_y = YK_{y-1}\text{-}YK_y, \ \forall_y 1 \leq y \leq 3$ ή $1 \leq y \leq N$ και $YK_{y-1}\text{-}YK_y, \ \forall_y$

$YK_o = A * (P/A,i,N)$: όλο το οφειλόμενο ποσό

$YK_1 = A * (P/A,i,N\text{-}1)$: έχει ήδη γίνει μια πληρωμή

$YK_t = A * (P/A,i,N\text{-}t)$: $1 \leq t \leq N$

Άρα:

$R_y = A * (P/A,i,N\text{-}(y\text{-}1)) – A * (P\text{-}A,i,N\text{-}y) = A * (P/A,i,N\text{-}y+1)\text{-}A * (P/A,i,N\text{-}y) =$

$= A * [(P/A,i,N\text{-}y+1) - (P/A,i,N\text{-}y)]$

Όμως (δείτε τις σχέσεις μεταξύ μετασχηματιστών, πιο πριν):

$$(P/A,i,n\text{-}y+1) - (P/A,i,N\text{-}y) = (P/F,i,N\text{-}y+1) \qquad (18α)$$

Έτσι:

$$R_y = A * (P/F,i,N\text{-}y+1) \qquad (18β)$$

Συνδυάζοντας τις προηγούμενες δύο σχέσεις:

$$I_y = A - R_y = A * [1 - (P/F,i,N\text{-}y+1)] \qquad (19)$$

Η πρακτική σημασία των (18β) και (19) είναι μεγάλη. Ας δούμε όμως το παράδειγμα που ακολουθεί:

<u>Παράδειγμα:</u>

Ο Γενικός Διευθυντής μιας κατασκευαστικής εταιρείας θέλει να μάθει σε ποίο σημείο η καταβολή τόκου θα είναι ίση με την αποπληρωμή του κεφαλαίου, ενός δανείου 100000000 Ευρώ, με επιτόκιο 16% και περίοδο αποπληρωμής 20 χρόνων.

Ετήσια δόση:

$A = 100000000 * (A/P,16,20) = 100000000 * (0.16867) = 16867000$

$A = R_y + I_y$

Ζητάμε να προσδιορίσουμε το y ($με\ 1 \leq y \leq 20$) ώστε $I_y = R_y$, δηλαδή:

$A = 2 * R_y$ ή $R_y / A = 1 / A$

Το y θα προσδιορισθεί από την σχέση:

$(P/F,16,20\text{-}y+1) = 0.5$

Κοιτώντας τιμές του P/F από τον πίνακα του 16% έχουμε:

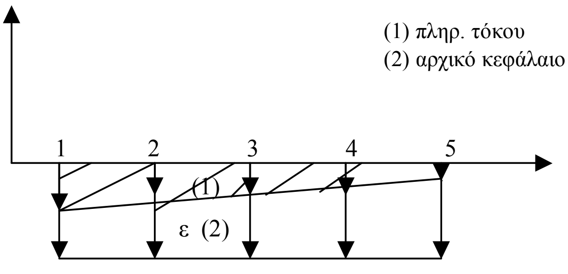
$(P/F,16,4) = 0.5523$ και $(P/F,16,5) = 0.4761$, οπότε y = 4 ή y = 5.

Τέλος, προφανές είναι ότι:

$I_y \leq I_{y-1} \ \forall y,\ y=1,2,\ldots,N$

$R_y \geq R_{y-1} \ \forall y, y=1,2,\ldots,N$

Αξιοπρόσεκτο είναι επίσης ότι κατά τη διαδικασία διαχωρισμού τόκου κεφαλαίου, το ποσό που αντιστοιχεί σε τόκο μειώνεται κάθε χρόνο ενώ το ποσό αποπληρωμής του αρχικού κεφαλαίου αυξάνεται. Έτσι, η φορολογική απαλλαγή ελαττώνεται (δείτε π.χ. το Διάγραμμα 4-11 που αναπαριστά μια υποθετική πληρωμή κεφαλαίου σε 5 δόσεις).



Διάγραμμα 4-11: Διαχωρισμός αποπληρωμής τόκου και κεφαλαίου

Παράδειγμα:

Δανεισθήκατε 10000000 Ευρώ για πέντε 5 χρόνια με επιτόκιο 12% ετησίως. Επειδή το επιτόκιο που πληρώνεται κατά την αποπληρωμή του ποσού αυτού είναι αφορολόγητο σύμφωνα με τη νομοθεσία, θέλετε να ξέρετε πόσο επιτόκιο θα πληρώνετε κάθε χρόνο.

Λύση:

Για την επίλυση βοηθά ο παρακάτω Πίνακας 4-4.

Έτος	Πληρωμή Α (Ευρώ)	Μερίδιο Τόκου (Ευρώ)	Μερίδιο αρχικού κεφαλαίου (Ευρώ)	Υπολειπόμενο ποσό (Ευρώ)
1	2774100	1200000	1574100	8425900
2	2774100	1011100	1763000	6662900
3	2774100	799600	1974500	4688400
4	2774100	526600	2211500	2776900
5	2774100	297200	2476900	0

Πίνακας 4-4: Πίνακας πληρωμών τόκου και μέρους δανεισθέντος κεφαλαίου

Οι ποσότητες αυτές υπολογίζονται ως εξής:

$A = P * (A/P,i,N) = 10000000 * (A/P,12,5) = 10000000 * (0.27741) = 2774100$ Ευρώ

Το ποσό αυτό είναι η ολική πληρωμή, το άθροισμα δηλαδή του μεριδίου του αρχικού ποσού και του τόκου. Για να βρούμε το μερίδιο του τόκου θα εργαζόμαστε ως εξής:

$R_o = 2774100 * (P/A,12,5) = 2774100 * (3.6048) = 10000100 \approx 10000000$

Τα επιπλέον 100 Ευρώ, εμφανίζονται λόγω αποκοπής ψηφίων στους πίνακες μετασχηματιστών.

Γιά $y = 3$ έχουμε:

$R_3 = 2774100 * (P/A,12,2) = 2774100 * (1.6901) = 4688500 \approx 4688400$

Η αποπληρωμή του αρχικού ποσού P για κάθε έτος Y είναι η διαφορά μεταξύ του υπολειπόμενου προς αποπληρωμή ποσού R στο τέλος του Y έτους <u>μετά</u> την πληρωμή του ποσού αυτού P για την ίδια ποσότητα στο τέλος του Y-1 έτους:

$P_y = A * (P/A,i,N\text{-}(y\text{-}1)) - A * (P/A,i,N\text{-}y) = A * [(P/A,i,N\text{-}y+1) - (P/A,i,N\text{-}y)]$

Όμως, η διαφορά μεταξύ οποιονδήποτε δύο καταχωρήσεων στις στήλες παρούσας αξίας του πίνακα μετασχηματισμού είναι η απλή πληρωμή της παρούσας αξίας για την τελευταία περίοδο διότι $(P/A,i,N) = \sum_{j=1}^{j=N}(P/F,i,j)$ που αποτελεί την περιγραφή του πως οι σειρές του συντελεστή παρούσας αξίας μπορούν να εξαχθούν από το συντελεστή απλής πληρωμής παρούσας αξίας.

Έτσι: $(P/A,i,N\text{-}1) + (P/A,i,N) = (P/A,i,N)$ ή $(P/F,i,N) = (P/A,i,n) - (P/A,i,N\text{-}1)$

Σύμφωνα με τα δεδομένα που αναφέρονται στις πιο πάνω εξισώσεις, η προηγούμενη σχέση γίνεται: $(P/F,i,N\text{-}y+1)$. Αντικαθιστώντας έχουμε: $P_y = A * (P/F,i,N\text{-}y+1)$.

Άρα, το πληρωτέο επιτόκιο για κάθε χρόνο είναι:

$i_y = A - P_y = A - A * (P/F,i,N\text{-}Y+1) = A * [1 - (P/F,i,N\text{-}y+1)]$

Τελικά έχουμε για τον τόκο του τρίτου χρόνου:

$I_3 = A * [1\text{-} (P/F,i,5\text{-}3+1)] = 2774100 * [1 - (P/F,12,3)] = 2774100 * [1 - 0.71178)] = 799600$

4.8 Συνεχής Ανατοκισμός

Επεκτείνουμε την έννοια του ανατοκισμού ανά μήνα, εβδομάδα ή ημέρα. Όταν το M γίνεται άπειρο ο ανατοκισμός καλείται συνεχής. Θυμηθείτε ότι ο συντελεστής απλής ανατοκιζόμενης πληρωμής είναι $F_N = P*(1+i)^N$.

Εάν θέσουμε όπου i το r/M και τον αριθμό ανατοκιζόμενων περιόδων σε N χρόνια ως $M*N$ έχουμε:

$F = P*[\lim_{M\to\infty}(1+r/M)^{M*N}]$ έστω $K = M/r \Rightarrow M*N = K*r*N$

αντικαθιστώντας $F = P*[(1+1/K)^K]^{r*N}$.

Όμως από γνωστό θεώρημα του λογισμού γνωρίζουμε ότι: $\lim_{K\to\infty}(1+1/K)^K = e = 2.71828$

Άρα $F = P*e^{r*N}$

Στον πίνακα που ακολουθεί όλες οι χρηματικές συναλλαγές είναι διακριτές. Ο ανατοκισμός συμβαίνει με ονομαστικό ποσοστό r ανά περίοδο, συνήθως ανά χρόνο.

<u>Παράδειγμα:</u>

Το επιτόκιο καταθέσεων ταμιευτηρίου ανακοινώνεται, από κάποια Τράπεζα, ότι είναι ίσο με 16%. ποία είναι η ετήσια ουσιαστική τιμή του όταν:

1. Υπάρχει μια περίοδος ανατοκισμού (δηλ. η περίοδος ανατοκισμού είναι ένας χρόνος).
2. Η περίοδος ανατοκισμού είναι εξαμηνιαία.
3. Η περίοδος ανατοκισμού είναι μηνιαία.
4. Η περίοδος ανατοκισμού είναι ημερήσια.

Από την σκοπιά του καταθέτη ποία πολιτική ανατοκισμού είναι η πιο συμφέρουσα;

Λύση:

1. $i_y = 16\ \%$
2. $i_y = (1 + 0.08)^2 - 1 = 16.64\ \%$
3. $i_y = (1 + 0.16/12) * 12 - 1 = 17.22\ \%$
4. $i_y = e^{0.16} - 1 = 17.35\ \%$

Γενικά $i_y = g\ (r,M)$ *και* $\partial_{iy}\ /\ \partial_m \geq 0$ (το ότι $\partial_{iy} / \partial_r \geq 0$, είναι προφανές). Δηλαδή το i_y είναι αύξουσα συνάρτηση όσον αφορά το m (δηλ. τον αριθμό των περιόδων ανατοκισμού ετησίως).

Άγνωστο	Γνωστό	Αλγεβρικός Τύπος
F	P	$e^{rN}\ e^{rN}$
P	F	e^{-rN}
P	A	$\frac{e^{rN} - 1}{e^{rN}(e^r - 1)}$
A	F	$\frac{e^r - 1}{e^{rN} - 1}$
A	P	$\frac{e^{rN}(e^r - 1)}{e^{rN} - 1}$
F	A	$\frac{e^{rN} - 1}{e^r - 1}$

Πίνακας 4-5: Τύποι συνεχούς ανατοκισμού

4.9 Σύνοψη Βασικών Μετασχηματιστών

Κλείνουμε το παρόν κεφάλαιο με τον ακόλουθο Πίνακα 4-6, συνοψίζοντας τους οκτώ βασικούς μετασχηματιστές για τον υπολογισμό της χρονικής διάστασης του χρήματος. Αναλυτικοί υπολογισμοί για διάφορες τιμές επιτοκίου, υπάρχουν στο τέλος του βιβλίου στο Παράρτημα Α.

4.10 Ασκήσεις

1. Ενδιαφέρεστε να αγοράσετε ένα σπίτι αξίας 200000 Ευρώ. Θα απαιτηθεί 20% προκαταβολή, το δε υπόλοιπο μπορεί να πληρωθεί σε 20 χρόνια με 18% τον χρόνο.

a) Υπολογίσατε το ποσό της ετήσιας δόσης.
b) Σε ποίο σημείο η καταβολή του τόκου θα είναι διπλάσια από την αποπληρωμή του κεφαλαίου καθαυτού:
c) Αν υποθέσουμε ότι το 18% αποτελεί ονομαστική αξία ετήσιου επιτοκίου και ότι η εμπλεκόμενη Τράπεζα απαιτεί μηνιαίες δόσεις για την εξόφληση του δανείου (λαμβάνοντας υπόψιν μηνιαίο ανατοκισμό) τότε υπολογίσατε το ύψος της μηνιαίας δόσης.

2. Ποίο πρέπει να είναι το ύψος της ομοιόμορφα κατανεμημένης αποταμίευσης χρημάτων με 14% για μια περίοδο 30 χρόνων ώστε να έχουμε την δυνατότητα να ξοδέψουμε 500 Ευρώ αμέσως, 1500 Ευρώ σε 6 χρόνια (δηλ. στο τέλος του έκτου χρόνου) 2500 Ευρώ στο τέλος του 12ου χρόνου, 3000 Ευρώ στο τέλος του 22ου χρόνου και 1000 Ευρώ στο τέλος του 30ου χρόνου.

Άγνωστο	Γνωστό	Όνομα Μετασχηματιστή	Αλγεβρικός τύπος
F	*P*	*(F/P,i,N) ή F/P*	$(1+i)^N$
P	*F*	*(P/F,i,N) ή P/F*	$(\frac{1}{1+i})^N$
P	*A*	*(P/A,i,N) ή P/A*	$\frac{(1+i)^N-1}{i(1+i)^N}$
A	*P*	*(A/P,i,N) ή A/P*	$\frac{i(1+i)^N}{(1+i)^N-1}$.
A	*F*	*(A/F,i,N) ή A/F*	$\frac{i}{(1+i)^N-1}$
F	*A*	*(F/A,i,N) ή F/A*	$\frac{(1+i)^N-1}{i}$
P	*G*	*(P/G,i,N) ή P/G*	$\frac{1}{i(1+i)^N}[\frac{(1+i)^N-1}{i}]-\frac{N}{i(1+i)^N}$
A	*G*	*(A/G,i,N) ή A/G*	$\left[\frac{1}{i}-\frac{N}{(1+i)^N-1}\right]$

Πίνακας 4-6: Σύνοψη τύπων βασικών μετασχηματιστών (N: χρονικές περίοδοι, i:επιτόκιο)

3. Ενας φίλος σας αρχιτέκτονας προσπαθεί να σας πείσει να επενδύσετε τα χρήματά σας αγοράζοντας ένα σχεδόν κατεστραμμένο σπίτι το οποίο όμως είναι δυνατόν να επιδιορθωθεί (σε βαθμό που να μπορεί να πουληθεί σαν σπίτι πια) ξοδεύοντας 25000 Ευρώ. Το σπίτι μπορεί να αγορασθεί αντί 60000 Ευρώ και να πουληθεί ένα χρόνο αργότερα (αφού έχει επιδιορθωθεί) προς 105000 Ευρώ.
Έχετε διαθέσιμα 50000 Ευρώ από τις οποίες οι 25000 Ευρώ πρέπει να χρησιμοποιηθούν για τις επισκευές[2] οι δε υπόλοιπες 25000 Ευρώ για προκαταβολή για την αγορά του σπιτιού. Το υπόλοιπο (για την αγορά του σπιτιού) θα χρηματοδοτηθεί μέσω ενός Τραπεζιτικού δανείου με επιτόκιο δανεισμού ίσο με 16% και περίοδο αποπληρωμής 10 χρόνων. Όμως, αν το σπίτι πουληθεί νωρίτερα το δάνειο (ή καλύτερα το υπόλοιπο του) πρέπει να εξοφληθεί αμέσως.

[2] Για τον λόγο αυτό θα κατατεθούν σε λογαριασμό όψεως και δεν θα κερδίζουν καθόλου επιτόκιο.

Η αμοιβή του αρχιτέκτονα ισούται με το 10% του κόστους της επιδιόρθωσης. Επίσης θα επιβαρυνθείτε κατά 300 Ευρώ κατά την διάρκεια ενός χρόνου που θα έχετε στην κατοχή σας το σπίτι για ασφάλειες, και δημοτικούς φόρους. Προσδιορίζεται ότι το κόστος ευκαιρίας του κεφαλαίου σας μη λαμβανομένων υπόψιν φόρων είναι 20%.
Α. Ποιός είναι ο ετήσιος ρυθμός απόδοσης της εξεταζόμενης επένδυσης; (υπολογισμός στο πλησιέστερο ακέραιο αριθμό).[3]
Β. Πρέπει να δεχτείτε την πρόταση και να επενδύσετε αγοράζοντας το συγκεκριμένο σπίτι;

4. Ενας φοιτητής της φιλολογικής Σχολής θέλει να πραγματοποιήσει ένα ταξίδι στην Ιαπωνία σε δύο χρόνια από σήμερα. Εκτιμά ότι θα χρειασθεί για το ταξίδι αυτό 20000 Ευρώ. Πόσα χρήματα πρέπει να καταθέσει σ'ένα Τραπεζικό λογαριασμό κάθε μήνα, δεδομένου ότι ο λογαριασμός αυτός αποδίδει 18% (συνολικά 24 = (2*12) καταθέσεις).

5. Αν καταθέσετε 500000 Ευρώ σ'ένα λογαριασμό που αποδίδει επιτόκιο 14% τον χρόνο, ανατοκιζόμενο κάθε εξάμηνο, ποίο θα είναι το ύψος του λογαριασμού έπειτα από 8 χρόνια αν δεν κάνετε στο μεταξύ καμία ανάληψη.

6. Ποία είναι η παρούσα αξία 60000 Ευρώ που περιμένετε να λάβετε στο τέλος 12 χρόνων από σήμερα αν ο προσωπικός σας ελάχιστος βαθμός ετήσιας απόδοσης είναι 12%;

7. Μπορείτε να αγοράσετε το μεταχειρισμένο αυτοκίνητο του πατέρα σας έναντι 4000 Ευρώ. Επίσης ο πατέρας είναι πρόθυμος να σας βοηθήσει να ξεπληρώσετε το αυτοκίνητο σε τέσσερις ισόποσες δόσεις καταβλητέες τα τέσσερα επόμενα χρόνια με την προϋπόθεση ότι του καταβάλλετε τόκο 15% στο υπόλοιπο της αξίας του αυτοκινήτου. Υπολογίστε το ύψος της κάθε δόσης.

8. Η κατασκευή ενός πολυτελούς συγκροτήματος διαμερισμάτων αναμένεται ότι θα έχει τελειώσει μετά από 4 χρόνια. Κάθε χρόνο θα τελειώνει ένα τμήμα του συγκροτήματος που συμπεριλαμβάνει 50 διαμερίσματα. Για κάθε διαμέρισμα απαιτείται ένα πλυντήριο πιάτων. Εκτιμάται ότι κατά την συμπλήρωση της κατασκευής του πρώτου τμήματος (50 διαμερίσματα) η τιμή μιας μονάδας πλυντηρίου πιάτων θα κόστιζε 1100 Ευρώ. Ακόμη εκτιμάται ότι λόγω πληθωρισμού η τιμή αυτή θα αυξάνεται κάθε χρόνο κατά 250000 Ευρώ. Η εταιρεία που έχει αναλάβει την κατασκευή του πολυτελούς συγκροτήματος θέλει να υπολογίσει την παρούσα αξία των 200 πλυντηρίων πιάτων που θα απαιτηθούν με δεδομένο ότι το κόστος ευκαιρίας είναι 20% (χωρίς να λαμβάνονται υπόψιν φόροι).

9. Η Αεροπορική Εταιρεία FLY προτίθεται να αγοράσει ένα μεγάλου μεγέθους αεροσκάφος (400 θέσεων) έναντι 14 εκ. Ευρώ. Σκοπεύει να κρατήσει το αεροσκάφος (Α/Φ) για 10 χρόνια και υπολογίζει ότι θα είναι δυνατόν τότε να πουληθεί το αεροσκάφος για 8 εκ. Ευρώ. Εκτιμάται ότι η κατά μέσο όρο πληρότητα σε επιβάτες του Α/Φ σε κάθε χρόνο λειτουργίας του θα είναι 85%. Επίσης εκτιμάται ότι τα οφέλη από μεταφορά εμπορευμάτων θα είναι ίσα με το 25% των μικτών εισπράξεων από μεταφορά επιβατών. Υπολογίζεται ότι κάθε χρόνο το Α/Φ θα διανύει 4000000 km και ότι από κάθε επιβάτη εισπράττεται 0.085 Ευρώ ανά χιλιόμετρο πτήσης. Επίσης υπολογίζεται ότι το λειτουργικό κόστος του Α/Φ (περιλαμβάνει προσωπικό, συντήρηση, τέλη προσγείωσης, τροφοδοσία, κ.λ.π.) είναι 0.04 Ευρώ ανά θέση και ανά χιλιόμετρο πτήσης.Υπολογίσατε την παρούσα αξία της επένδυσης λαμβάνοντας υπόψιν ότι το κόστος ευκαιρίας κεφαλαίου της FLY είναι 12%.

10. Μελετάται η επένδυση ενός νέου μηχανήματος. Το μηχάνημα αυτό, έστω *Μ*, θα στοιχίσει 3800000 Ευρώ. Εκτιμάται ότι έχει διάρκεια οικονομικής ζωής ίση με 10 χρόνια. Επίσης εκτιμάται ότι τα ακόλουθα καθαρά κέρδη θα προκύψουν από την αγορά του μηχανήματος:

[3] Υπόδειξη: Καταστρώστε την εξίσωση υπολογισμού της Καθαρής Παρούσης Αξίας (Net Present Value) (*NPV*) και επιλύστε ως προς i με $NPV=0$.

Χρόνος	Καθαρά κέρδη
1	200000
2	250000
3	300000
4	350000
5	400000
6	450000
7	400000
8	350000
9	300000
10	250000

Στο τέλος των 10 χρόνων το *Μ* θα πωληθεί αντί 400000 Ευρώ. Αν το κόστος ευκαιρίας κεφαλαίου της εμπλεκόμενης εταιρείας είναι 18% υπολογίστε την καθαρή παρούσα αξία.
Συμφέρει η αγορά του *Μ*;

11. Μια μικρή φωτογραφική εταιρεία δανείστηκε 500000 Ευρώ, προκειμένου να χρηματοδοτήσει την αγορά νέων μηχανημάτων. Η περίοδος αποπληρωμής του δανείου είναι 10 χρόνια με επιτόκιο 22%.
α. Πόση ήταν η καταβολή τόκου κατά τα 3 πρώτα χρόνια (τρεις ισόποσες δόσεις);
β. Αν η εταιρεία θέλει να ξεπληρώσει το δάνειο στο τέλος των τριών χρόνων, προκειμένου να επιτύχει εναλλακτική και ευνοϊκότερη χρηματοδότηση πόσα πρέπει να πληρώσει ευθύς αμέσως μετά την καταβολή της τρίτης δόσης;

Κεφάλαιο

5

Παρούσα Αξία

5.1 Γενικά

Πριν προχωρήσουμε στην παρουσίαση της πρώτης - και δημοφιλέστερης – από τις 4 μεθόδους σύγκρισης και αξιολόγησης εναλλακτικών επενδυτικών αποφάσεων στα επόμενα κεφάλαια, πρέπει να τονίσουμε ότι το αποτέλεσμα της σύγκρισης και αξιολόγησης είναι ανεξάρτητο από την μέθοδο που εφαρμόζεται, με την προϋπόθεση ότι η τελευταία εφαρμόζεται σωστά. Επίσης, υποθέτουμε ότι για την ώρα δεν λαμβάνονται υπόψιν υπολογισμοί σχετικοί με φορολογία και ότι δεν τίθεται θέμα αποπληθωρισμού των εμπλεκομένων ποσών, (Και η ανάλυση με συνυπολογισμό φόρου αλλά και το θέμα του πληθωρισμού δεν αλλοιώνουν την μεθοδολογία εννοιολογικά, απλά συμβάλλουν στον εμπλουτισμό της πολυπλοκότητάς της. Και τα δύο εξετάζονται με λεπτομέρεια σε επόμενα κεφάλαια).

Η παρούσα αξία έχει μεγάλη πρακτική αξία σε περιπτώσεις εκτίμησης ιδιοκτησίας (ακίνητης περιουσίας, κλπ.). Υπολογίζουμε την παρούσα αξία που αντιπροσωπεύουν τα καθαρά οριακά οφέλη, αφαιρώντας έπειτα το οριακό κόστος ενός κομματιού ιδιοκτησίας για την οικονομική ζωή μιας επένδυσης, και προκύπτει έτσι η αξία της εκτιμώμενης ιδιοκτησίας στην αγορά.

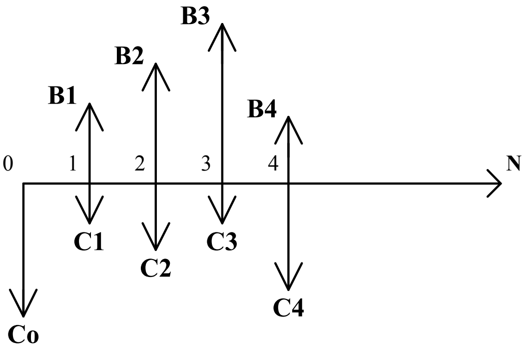
5.2 Ορισμός και Αρχές Σύγκρισης Εναλλακτικών

Η μέθοδος της Παρούσας Αξίας (PW) χρησιμοποιείται ευρύτατα, και όχι μόνο στη λήψη οικονομοτεχνικών αποφάσεων, και ίσως θα μπορούσε να χαρακτηρισθεί ως η πλέον αυτονόητη και προφανής μέθοδος. Η αλήθεια είναι ότι ενώ η παρούσα αξία είναι πράγματι σχεδόν αυτονόητη και, ίσως, περισσότερο προφανής από ότι οποιαδήποτε άλλη μέθοδος, η εφαρμογή της εγκυμονεί σοβαρούς κινδύνους, ειδικά αν ορισμένα ευαίσθητα σημεία δεν τύχουν της κατάλληλης προσοχής.

Σύμφωνα με την παρούσα αξία, μία εναλλακτική λύση ικανοποιεί το πρόβλημα όταν η διαφορά μεταξύ των οριακών της οφελών εκφρασμένων σε ισοδύναμα ποσά του παρόντος και των οριακών της εξόδων εκφρασμένων και αυτών σε παρούσα αξία είναι μη αρνητική (ουσιαστικά το μηδέν αποτελεί σημείο αδιαφορίας).

Στην πραγματικότητα, με τη μέθοδο της παρούσας αξίας προσπαθούμε να «κοιτάξουμε» στο μέλλον και να υπολογίσουμε την ισοδύναμη τρέχουσα αξία (σε παρόντα χρόνο δηλαδή), όλων των αναμενόμενων εισροών και εκροών μιας επένδυσης, στην διάρκεια οικονομικής ζωής της. Η λογική σκέψη που ακολουθείται από το κριτήριο της παρούσας αξίας, μας υπαγορεύει ότι μια επένδυση είναι συμφέρουσα, αν η τιμή της συνολικής παρούσας αξίας που αυτή αντιπροσωπεύει, είναι θετική, δηλαδή μεγαλύτερη του μηδενός.

Δηλαδή, αν βασισθούμε στο παρακάτω θεωρητικό διάγραμμα χρηματορροών:



Διάγραμμα 5-1: Γενικό Χρηματο-χρονοδιάγραμμα (C_i: Κόστη, B_i: Οφέλη, N: Χρονικές Περίοδοι)

$$PW = \sum_{t=0}^{N} (B_t - C_t)(P/F, i, t) \qquad (1)$$

και σύμφωνα με το παραπάνω κριτήριο :

$$PW \geq 0 \quad ή \quad \Delta(PW) \geq 0 \qquad (2)$$

(το Δ συμβολίζει οριακό χρηματο-χρονοδιάγραμμα).

Η παρούσα αξία και η μέθοδος της «ετήσιας αξίας» (*AW*) παρουσιάζουν το πλεονέκτημα έναντι των δύο άλλων μεθόδων (*B/C*: λόγος οφέλους-κόστους και *IROR*: εσωτερικός βαθμός απόδοσης, αντίστοιχα), ότι η εφαρμογή τους δεν απαιτεί την διεξαγωγή οριακής ανάλυσης, διότι ισοδύναμα αποτελέσματα είναι δυνατόν να εξαχθούν και με συνολική σύγκριση των λύσεων.

Δοθέντων δύο λύσεων *A* και *B*, των οποίων η οικονομική ζωή είναι ίση, η μέθοδος της παρούσας αξίας εφαρμόζεται με τον ακόλουθο τρόπο :

1. Υπολογισμός της PW της λύσης που συνεπάγεται το μικρότερο κόστος αρχικής επένδυσης, έστω της *A*.
2. Αν $PW_A \geq 0$, η *A* ικανοποιεί το πρόβλημα αρχικά.
3. Υπολογισμός της PW_B.
4. Αν $PW_A < 0$ και $PW_B < 0$ καμία λύση δεν επιλέγεται.
5. Αν $PW_A < 0$ και $PW_B > 0$ επιλέγεται η *B*.
6. Αν $PW_A \geq 0$ και $PW_B > PW_A$ επιλέγεται η *B*, (δηλαδή $\Delta PW = PW_{B-A} \geq 0$).
7. Αν $PW_B > 0$ και $PW_A \geq PW_B$ επιλέγεται η *A* , (δηλαδή $\Delta PW = PW_{B-A} < 0$).

<u>Παράδειγμα:</u>

Ένας φίλος που προσπαθεί να εξαγοράσει ένα μικρό εστιατόριο,προτείνει να σας δίνει ποσά των 0.6, 1.2 και 2.1 χιλ. Ευρώ στο τέλος του κάθε έτους από εδώ και για τρία χρόνια ώστε να ξεπληρώσει ένα δάνειο 3 χιλ. Ευρώ. Θα τον χρεώσετε με τόκο 10%, που θα είχατε βγάλει αν τα είχατε καταθέσει, σαν χάρη γι΄ αυτόν. Αυτό είναι μικρό ρίσκο, αν σκεφτούμε το μεγάλο ρίσκο του εστιατορίου σε σχέση με το επιτόκιο καταθέσεων και τον αναμενόμενο πληθωρισμό στα επόμενα τρία χρόνια. Θα πρέπει να του δανείσετε τα χρήματα με τους όρους επιστροφής που σας προσφέρει;

Ένας άλλος τρόπος που τίθεται το ερώτημα είναι: «Προσφέρει το σχέδιο επιστροφής μια παρούσα αξία με επιτόκιο 10% τουλάχιστον ίση με 3 χιλιάδες Ευρώ;». Το Σχήμα 5.2 δείχνει το διάγραμμα χρηματορροών:

Λύση:

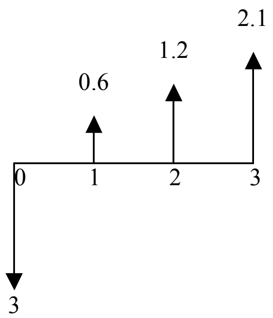
Εφαρμόζουμε την εξίσωση:

$$\sum_{j=1}^{N}(B_j - C_j)(P/F,i,j) \geq 0 \qquad (3)$$

(0 - 3) * *(P/F, 10,0)* + (0.6-0) * *(P/F,10, 1)* + (1.2 - 0) * *(P/F,10,2)* + (2.1 - 0) * *(P/F, 10, 3)*

= (-3) + 0.6 * (0.9091) + 1.2 * (0.8264) + 2.1 * (0.7513)

= (-3) + 0.54 + 0.99 + 1.57 = + 0.1 > 0



Διάγραμμα 5-2: Το πρόβλημα της επιστροφής των 3 χιλ. Ευρώ

Επειδή το ποσό είναι μεγαλύτερο από 0, οι τρεις επιστροφές είναι αποδεκτές.

Συχνά συμβαίνει το *Bj -Cj* να είναι σταθερό για όλα τα *j* εκτός από αυτά που είναι ίσα με 0. Όταν συμβαίνει αυτό η εξίσωση (1) γράφεται:

$$-P + (Bj - Cj)\sum_{j=1}^{N}(F/P,\, i,\, j) > 0$$

όπου *P* είναι το κόστος τη στιγμή 0. Αλλά

$$\sum_{j=1}^{N}(F/P,\, i,\, j) = (P/A,\, i,\, N)$$

γιατί όπως ξέρουμε όταν όλες οι μελλοντικές επιστροφές είναι ίσες, τότε μπορεί να χρησιμοποιηθεί μια άλλη έκφραση του συντελεστή παρούσας αξίας μοναδικού ποσού.

Οπότε για την ειδική περίπτωση αυτή, η εξίσωση (1) γίνεται:

$$-P + (B_N - C_N) * (P/A,\, i,\, N) \geq 0 \qquad (4)$$

<u>Παράδειγμα:</u>

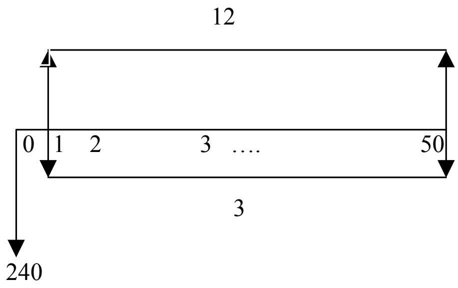
Μια στοά για πεζούς ανάμεσα σε δύο υπάρχοντες σταθμούς υπογείου θα κοστίσει 240 χιλ. Ευρώ. Τα οφέλη για τα επόμενα 50 χρόνια θα είναι 12 χιλ. Ευρώ ετησίως σε χρόνους επιβατών. Τα ετήσια κόστη θα είναι 3 χιλ. Ευρώ για φωτισμό και συντήρηση. Πρέπει να κατασκευαστεί η στοά εάν το κόστος ευκαιρίας του αρχικού κεφαλαίου είναι 10%;

Λύση:

Το Διάγραμμα 5-3 αναπαριστά τις σχετικές χρηματορροές. Εφαρμόζοντας την εξίσωση (2) έχουμε

$-240 + (12 - 3) * (P/A, 10, 50) \approx -150 < 0$

Οπότε το τούνελ δεν πρέπει να χτιστεί. Στο παράδειγμα αυτό επιλέχθηκε η αρνητική εναλλακτική, που είναι η εκδοχή να μην χτιστεί η στοά.



Διάγραμμα 5-3: Χρηματορροή για την στοά των πεζών

5.3 Οριακή Ανάλυση

Η οριακή ανάλυση γίνεται συγκρίνοντας τα «έξτρα» οφέλη μιας ενέργειας με τα «έξτρα» έξοδα. Η λέξη «οριακή» είναι συνώνυμη με τις λέξεις «extra» και «marginal». Εάν τα οριακά οφέλη είναι μεγαλύτερα από τα οριακά έξοδα, τότε η ενέργεια είναι δικαιολογημένη. Η οριακή ανάλυση ως μέθοδος εξελίσσεται σε βήματα και για αυτό είναι απαραίτητο πρώτα να τακτοποιήσουμε τις εναλλακτικές με το χαμηλότερο κόστος. Στα παραδείγματα που είδαμε, η σειρά που είπαμε έγινε αυτόματα γιατί η εναλλακτική της «απραξίας» (the null alternative) ήταν η πρώτη εναλλακτική.

Γιατί είναι η οριακή ανάλυση απαραίτητη; Η κοινή λογική απαντά ότι είναι λογικό να μετράμε το οριακά και όχι τα ολικά, π.χ.

«Ο οριακός χρόνος που σπαταλά ένας φοιτητής για ένα μάθημα θα αποζημιωθεί με τον υψηλότερο βαθμό;», ή

«Ο οριακός χρόνος που σπαταλά ένας οδηγός παίρνοντας ένα άλλο δρόμο για τη δουλειά ισοφαρίζει την ενόχληση που κερδίζει αποφεύγοντας την κυκλοφοριακή συμφόρηση;»,

ή «Ισοφαρίζει το οριακό κόστος που θα κοστίσει η πρόσθεση ενός δωματίου στο σπίτι με την άνεση που θα προσφέρει;»

Ακόμα, σε ένα βιομηχανικό περιβάλλον, θα μπορούσαμε να ρωτήσουμε :

«Ισοφαρίζει το οριακό κόστος ενός νέου αυτόματου πιεστικού μηχανήματος που θα αντικαταστήσει το παλιό με την οικονομία που θα γίνει;»

Επίσης, η οριακή ανάλυση κάνει σαφείς τις διαφορές ανάμεσα στις εναλλακτικές και τις μετρήσεις αυτών των διαφορών για να βρει εάν η διαφορά αντισταθμίζεται με τη διαφορά των οφελών. Αν προσθέσουμε την ιδέα της τακτοποίησης των εναλλακτικών ξεκινώντας από το χαμηλότερο κόστος τότε έχουμε την ιδέα της οριακής ανάλυσης. (Στη συνέχεια θα δούμε ότι η οριακή ανάλυση έχει κάποιες εξαιρέσεις). Η εξίσωση που παρουσιάζει την ιδέα της οριακής ανάλυση για την παρούσα αξία είναι:

$$\sum_{j=1}^{N} [(B_j - C_j)_2 - (B_j - C_j)_1] * (F/P, i, j) \geq 0 \qquad (5)$$

όπου τα σύμβολα είναι ίδια με τις εξισώσεις (1) και (2) και οι δείκτες αναφέρονται στις εναλλακτικές προτάσεις. Όταν το οριακό χρηματο-χρονοδιάγραμμα αποτελείται από κόστη ίσων περιόδων ή οφέλη ίσων περιόδων, τότε ο συντελεστής παρούσας αξίας *(P/A, i, N)* μπορεί να χρησιμοποιηθεί αντί για τον *(P/F, i, j)*.

Παράδειγμα:

Για ένα σιδηρόδρομο, του οποίου η τοποθεσία είχε καθοριστεί πριν ένα αιώνα, προτάθηκε ένα πρόγραμμα επανατοποθέτησης στη κυβέρνηση ώστε να υπάρξει χρηματοδότηση. Ένα μέρος μπορεί να επανατοποθετηθεί με δύο ευθείες με χαρακτηριστικά :

Θέση	**1**	**2**
Αρχικό κόστος (εκατ. Ευρώ)	30.6	42
Ετήσια εργασία και συντήρηση (εκατ. Ευρώ)	1.2	0.6
Ετήσια κέρδος (εκατ. Ευρώ)	6	7.8
Οικονομική ζωή (έτη)	40	40
Τελική αξία	0	0

Πίνακας 5-1: Χρηματορροές για το πρόβλημα επανατοποθέτησης σιδηροδρόμου

Το κόστος ευκαιρίας είναι 12%. Ποια από τις δυο θέσεις είναι πιο οικονομική ή πρέπει να εγκαταλειφθεί το πρόγραμμα;

Λύση:

Το Διάγραμμα 5-4 δείχνει τις χρηματορροές για κάθε εναλλακτική και το οριακό χρηματο-χρονοδιάγραμμα ανάμεσα στις εναλλακτικές 1 και 2. Το οριακό χρηματο-χρονοδιάγραμμα ανάμεσα στην εναλλακτική 1 και στην εγκατάλειψη του προγράμματος - δηλαδή, να συνεχίσει η ισχύουσα κατάσταση - είναι το χρηματο-χρονοδιάγραμμα για την εναλλακτική 1.

Εξετάζοντας την εναλλακτική 1 σε σχέση με την μηδενική εναλλακτική έχουμε:

$(-30.6) + (6 - 1.2) * (P/A, 12, 40) =$

$= (-30.6) + 4.8 * (8.244) =$

$= (-30.6) + 39.6 = +9$

Η ανάλυση προκρίνει την εναλλακτική 1. Δείχνει ότι η 1 είναι καλύτερη από την υπάρχουσα θέση.

Η εξέταση της 2 σε σχέση με την 1 δίνει απάντηση στην ερώτηση:

«Είναι το οριακό χρηματο-χρονοδιάγραμμα «2-1» οικονομικό;»

Το οριακό αρχικό κόστος είναι: $-42 - (-30.6) = -11.4$

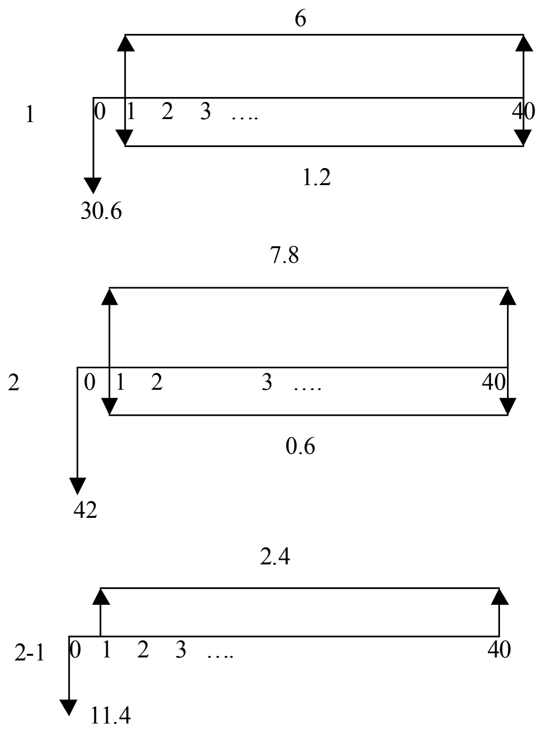
Το οριακό όφελος είναι: $+7.8 - 0.6 - (+6 - 1.2) = +2.4$

και επομένως έχω:

$(-11.4) + 2.4 * (P/A, 12, 40) =$

$= (-11.4) + 2.4 * (8.244) =$

$= (-11.4) + 19.8 = +8.4$



Διάγραμμα 5-4: Χρηματορροές για τις εναλλακτικές προτάσεις (1) και (2), και το οριακό χρηματο-χρονοδιάγραμμα ανάμεσα στις εναλλακτικές προτάσεις 1 και 2

Αυτό το αποτέλεσμα δείχνει ότι η εναλλακτική 2 είναι καλύτερη από την εναλλακτική 1 γιατί το οριακό όφελος της 2 συγκρινόμενο με την 1 ισορροπεί το οριακό κόστος, όπως φαίνεται από την θετική παρούσα αξία του οριακού χρηματο-χρονοδιαγράμματος. Ή αλλιώς, η οριακή επένδυση στην εναλλακτική 2 αποφέρει μεγαλύτερη επιστροφή από 12%.

Τι θα γινόταν αν το τελευταίο ποσό ήταν +1 αντί +8.4. Τότε η απάντηση θα ήταν ίδια αν και έχουμε μικρότερο κέρδος. Τι θα γινόταν αν η σύγκριση ανάμεσα στην εναλλακτική 1 και τη μηδενική εναλλακτική ήταν -5 αντί +9; Η εναλλακτική 1 δεν θα ήταν πιο οικονομική. Το επόμενο βήμα θα ήταν να συγκρίνουμε την εναλλακτική 2 με την μηδενική εναλλακτική. Θετικό ή μηδενικό αποτέλεσμα στην εξίσωση παρούσας αξίας θα σήμαινε αποδοχή της εναλλακτικής 2 αντί της ισχύουσας κατάστασης. Ένα αρνητικό αποτέλεσμα θα σήμαινε συνέχιση της παρούσας κατάστασης. Μια ερώτηση που μπορεί να εξαχθεί από το παράδειγμα είναι: «Γιατί να διαλέξουμε την 2 που έχει καθαρή παρούσα αξία +8.4 και όχι την 1 που έχει μεγαλύτερη καθαρή παρούσα αξία +9;» Η απάντηση είναι ότι +8.4 είναι ή οριακή καθαρή παρούσα αξία της 2 σε σχέση με την 1 και όχι το καθαρό όφελος της 2.

5.4 Οριακή Ανάλυση Εναντίον Ατομικής Ανάλυσης

Δόθηκε μεγάλη έμφαση στην οριακή ανάλυση μέχρι τώρα και θα εξακολουθήσει να δίνεται και στη συνέχεια του βιβλίου. Αλλά κάποιοι αναγνώστες μπορεί να αναρωτηθούν, κυρίως αφού λάβουν υπόψιν τους την εξίσωση 3, εάν θα ήταν σωστό ή όχι να αναλύσουμε κάθε εναλλακτική χωριστά, να υπολογίσουμε την εναλλακτική με το μεγαλύτερο πλεονέκτημα, δηλαδή τη μεγαλύτερη τιμή της καθαρής παρούσας αξίας (NPV). Στην περίπτωση της μεθόδου της παρούσας αξίας και της ετήσιας αξίας, προκύπτουν τα ίδια αποτελέσματα συγκρίνοντας τις ατομικές αξίες και επιλέγοντας την υψηλότερη, αλλά στην περίπτωση του λόγου οφέλους / κόστους και του εσωτερικού βαθμού απόδοσης, η ανάλυση των ατομικών εναλλακτικών δεν δίνει σωστή απάντηση.

Στην παρούσα και ετήσια αξία, η σύγκριση των ατομικών αξιών είναι βασικά μια οριακή ανάλυση και είναι σωστή γιατί σε αυτές τις δύο περιπτώσεις το σημείο της διαδικασίας στο οποίο γίνεται η σύγκριση δεν έχει σημασία. Στη μέθοδο του λόγου οφέλους / κόστους και σε αυτήν του εσωτερικού βαθμού απόδοσης όμως έχει σημασία. Μια μαθηματική απάντηση σε αυτή την ερώτηση δίνεται, ξεκινώντας από την εξίσωση 3:

$$\mathrm{NPV}_{2\text{-}1} = \sum_{j=1}^{N}[(B_j - C_j)_2 - (B_j - C_j)_1](P/F, i, j) =$$

$$= \sum_{j=1}^{N} (B_j\text{-}C_j)_2 * (P/F,\, i,\, j) - \sum_{j=1}^{N} [(B_j\text{-}C_j)_1 * (P/F,\, i,\, j) = NPV_2 - NPV_1$$

Ακόμα, ο κανόνας της παρούσας αξίας μπορεί να εκφραστεί σαν:

$$NPV_2 - NPV_1 = \sum_{j=1}^{N} (B_j\text{-}C_j)_2 * (P/F,\, i,\, j) - \sum_{j=1}^{N} (B_j\text{-}C_j)_1 * (P/F,\, i,\, j) \geq 0 \qquad (6)$$

Παράδειγμα:

Τα δεδομένα του παραδείγματος είναι ίδια όπως και στο προηγούμενο παράδειγμα. Η ατομική παρούσα αξία κάθε εναλλακτικής πρότασης θα προσδιοριστεί και θα συγκριθεί με την εφαρμογή της εξίσωσης (6).

Λύση:

Εξετάζοντας την 1 σε σχέση με τη μηδενική εναλλακτική (της «απραξίας»), δίνει το ίδιο αποτέλεσμα όπως στο προηγούμενο παράδειγμα, δηλ. μια παρούσα αξία +9 που σημαίνει αποδοχή της 1 από το να μην κάνουμε τίποτα. Όμοια +9 είναι το αποτέλεσμα του δεύτερου όρου της εξίσωσης (6). Τώρα πρέπει να βρούμε την παρούσα αξία της 2:

$$\begin{aligned} NPV_2 &= [B_N\text{-}C_N]_2 * (P/A,\, i,\, N) = \\ &= (-42) + (7.8 - 0.6) * (P/A,\, 12,\, 40) = \\ &= (-42) + 7.2 * (8.244) = \\ &= +17.4 \end{aligned}$$

Συγκρίνοντας την παρούσα αξία της 1 που είναι +9 και την παρούσα αξία της 2 που είναι ίση με +17.4, βλέπουμε ότι η εναλλακτική 2 προτιμάται και μάλιστα με κέρδος (+17.4) - (+9) = +8.4 που είναι η ίδια ακριβώς απάντηση με αυτήν που πήραμε υπολογίζοντας την οριακή παρούσα αξία της 2 συγκρινόμενη με την 1. Έτσι, στην περίπτωση της παρούσας και ετήσιας αξίας αλλά μόνο σε αυτές τις δύο μεθόδους, η οριακή ανάλυση και η ατομική ανάλυση καταλήγουν στο ίδιο αποτέλεσμα.

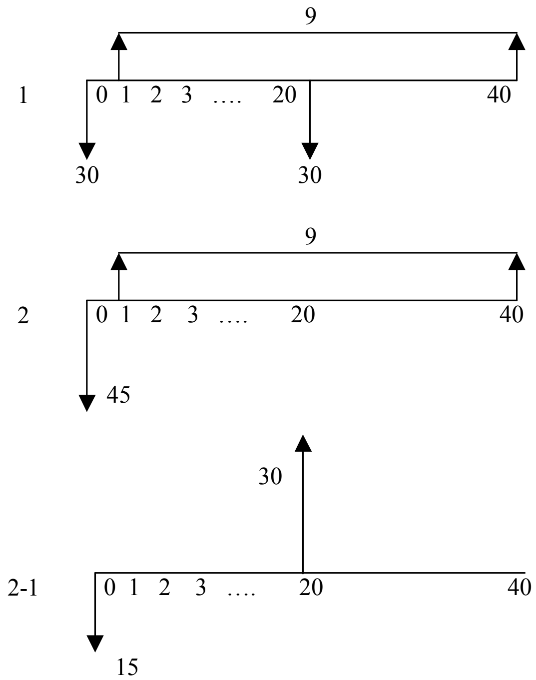
5.5 Εναλλακτικές Προτάσεις με Διαφορετική Οικονομική Ζωή

Σε περίπτωση σύγκρισης εναλλακτικών με διαφορετική οικονομική ζωή (π.χ. φυσικοί ή τεχνητοί χλοοτάπητες σε γήπεδα ποδοσφαίρου, ξύλινα ή πέτρινα κτίσματα, κλπ.), απαιτείται ιδιαίτερη προσοχή στην εφαρμογή της μεθόδου της παρούσας αξίας, αφού η σύγκριση των εναλλακτικών πρέπει να είναι «δίκαιη», δηλαδή σε κοινή χρονική βάση. Αυτό επιτυγχάνεται διαγραμματικά (και όχι και στην πραγματικότητα) με μια «τεχνητή» επανάληψη των ανόμοιων λύσεων, μέχρι να εξισωθούν οι ανόμοιοι οικονομικοί ορίζοντες. Ας δούμε το επόμενο χαρακτηριστικό παράδειγμα.

Παράδειγμα:

Φανταστείτε δύο εναλλακτικές προτάσεις για ένα αστικό σύστημα μεταφοράς. Το πρώτο έχει ορίζοντα παροχής υπηρεσιών 20 χρόνια, το δεύτερο 40 χρόνια. Τα αρχικά κόστη των συστημάτων μεταφοράς είναι 30 εκατ. και 45 εκατ. Ευρώ, αντίστοιχα. Τα καθαρά κέρδη και των δύο ανέρχονται στο ποσό των 9 εκατ. Ευρώ ετησίως. Το κόστος ευκαιρίας είναι 12%. Καμία τελική αξία δεν υφίσταται μετά το τέλος της οικονομικής ζωής της επένδυσης.

Λύση:



Διάγραμμα 5-5: Οι δυο προτάσεις των αστικών μέσων μεταφοράς (ποσά σε εκατ. Ευρώ)

Έχοντας σκοπό να εξισωθούν οι ορίζοντες παροχής υπηρεσιών, η πρώτη επένδυση εικονικά επαναλαμβάνεται για άλλα 20 χρόνια. Οι χρηματορροές εμφανίζονται στο Διάγραμμα 5.5.

Για την εναλλακτική πρόταση 1 έχουμε:

$NPV_1 = 9 * (P/A,12,40) - 30 * (P/F,12,20) - 30 = 9 * (8.244) – 30 * (0.104) - 30 = 74.1 - 3.1 - 30 = +41$

Η πρώτη εναλλακτική πρόταση είναι αποδεκτή.

$\Delta NPV_{2\text{-}1} = 30 * (P/F,12,20) - 15 = 30 * (0.104) - 15 = - 11.9$

Η δεύτερη εναλλακτική πρόταση δεν είναι αποδεκτή και τελικά επιλέγεται η πρώτη. Το νόημα της οριακής διαφοράς μεταξύ της «1» και της «2» εναλλακτικής πρότασης είναι ότι δεν αξίζει να επενδυθούν επιπλέον 15 εκατ. Ευρώ, για να αποφευχθεί μία επιπλέον επένδυση της τάξης των 30 εκατ. Ευρώ στο τέλος της 20ετίας.

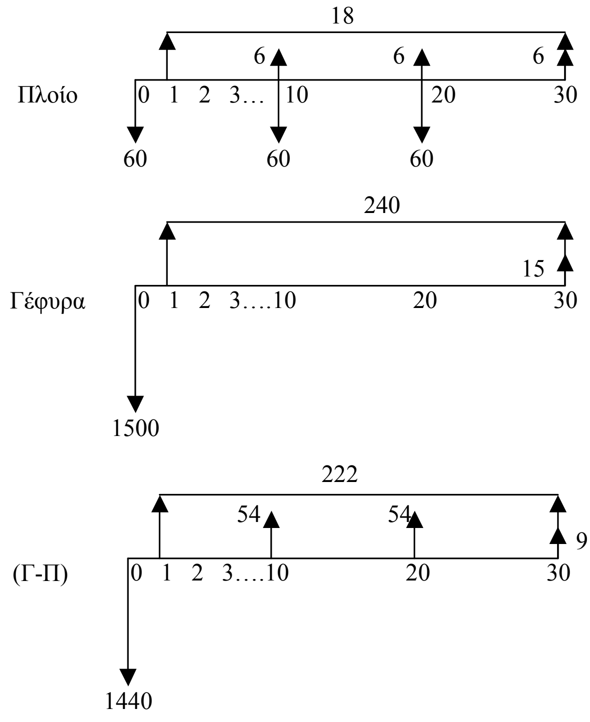
5.6 Τελική Αξία

Συχνά, μια επένδυση διατηρεί κάποια αξία (π.χ. αξία μεταπώλησης) μετά το τέλος της οικονομικής ζωής της η οποία πρέπει να ληφθεί υπόψιν, σαν κέρδος. Πολύ σπάνια, μια επένδυση έχει αρνητική αξία στο τέλος της οικονομικής ζωής της, που αντιπροσωπεύει την τελική αξία (salvage value). Ένα πρόσφατο παράδειγμα είναι ένας παλαιός αυτοκινητόδρομος που αντικαθίσταται από ένα πιο σύγχρονο. Κάποια χρήματα πρέπει να ξοδευτούν για να αφαιρεθούν τα πεζοδρομία και οι γέφυρες που υπάρχουν. Είναι λοιπόν πιθανόν μελλοντικά να χρειαστεί να καταργηθεί κάποιος δρόμος για να υπάρξει αποκατάσταση του εδάφους. Το κόστος αυτό πρέπει να αποφασίζει ο μελετητής αν θα το εισάγει ή όχι στην μελέτη του. Το σύμβολο που χρησιμοποιείται για την τελική αξία είναι το *S*.

Παράδειγμα:

Η κατασκευή μιας γέφυρας πάνω από ένα ποτάμι έχει αρχικό κόστος 1500 χιλ. Ευρώ. Τα κέρδη υπολογίζονται να είναι 240 χιλ. Ευρώ ανά έτος για 30 χρόνια. Η τελική αξία στο τέλος της οικονομικής ζωής της γέφυρας πιστεύεται να είναι 15 χιλ. Ευρώ. Μία άλλη πρόταση είναι η κατασκευή ενός πλοίου. Το αρχικό κόστος θα είναι 60 χιλ. Ευρώ. Τα κέρδη θα είναι 18 χιλ. Ευρώ ανά έτος για 10 χρόνια και με μια τελική αξία 6 χιλ. Ευρώ. Εάν το κόστος ευκαιρίας είναι 5% ποια εναλλακτική πρόταση πρέπει να επιλεγεί;

Λύση:



Διάγραμμα 5-6: Χρηματορροές για πλοίο και γέφυρα (χιλ. Ευρώ)

Λύνοντας το παραπάνω πρόβλημα πρέπει να ληφθούν υπόψιν οι τελικές αξίες και να εξισωθούν οι οικονομικές ζωές των δύο προτάσεων. Στο Διάγραμμα 5-6 φαίνονται τα δύο σημεία.

Η εναλλακτική πρόταση του πλοίου εμφανίζεται πρώτη διότι έχει χαμηλότερο αρχικό κόστος. Η τελική του αξία εμφανίζεται σαν βέλος με φορά προς τα πάνω στα 10 χρόνια. Για να εξισωθεί η οικονομική ζωή του πλοίου και της εναλλακτικής πρότασης της γέφυρας, δύο έξτρα φανταστικοί κύκλοι χρησιμοποιούνται για να ικανοποιήσουν μια λογική εξισορρόπηση οικονομικών ζωών με μαθηματικό τρόπο.

Με την μέθοδο της παρούσας αξίας η πρόταση του πλοίου συγκρίνεται με την μηδενική εναλλακτική πρόταση, η οποία είναι η ίδια με το να υπολογίσουμε την ατομική καθαρή παρούσα αξία NPV.

$NPV = (-60) + 18 * (P/A,15,30) + (-60 + 6) * (P/F, 15,10) + (-60 + 6) * (P/F,15,20) + 6 * (P/F,15,10) =$

$= (-60) + 18 * (6.566) – 54 * (0.2472) – 54 * (0.0611) + 6 * (0.0151) =$

$= (-60) + 118.18 - 13.35 - 3.30 + 0.10 = + 41.63$

Επειδή το (+41.63) είναι θετικό η κατασκευή του πλοίου υπερτερεί της πρότασης να μην γίνει τίποτα.

Αναλύοντας την οριακή χρηματορροή του σχεδίου της γέφυρας σε σχέση με του πλοίου, έχω:

$NPV = (-1440) + 222 * (P/A, 15, 30) + 54 * (P/F, 15, 10) + 54 * (P/F, 15, 20) + 9 * (P/F, 15, 10) =$

$= (-1440) + 222 * (6.566) + 54 * (0.2472) + 54 * (0.0611) + 9 * (0.0151) =$

$= (-1440) + 1457.652 + 13.35 + 3.30 + 0.14 \approx +34.5$

Το θετικό αποτέλεσμα των 34.5 χιλ. Ευρώ φανερώνει ότι η πρόταση της γέφυρας είναι αποδεκτή σε βάρος της πρότασης του πλοίου. Στο ίδιο συμπέρασμα θα καταλήγαμε εάν υπολογίζαμε την ατομική καθαρή παρούσα της εναλλακτικής πρότασης της γέφυρας και την συγκρίναμε με αυτή του πλοίου. Πράγματι:

$NPV = -1500 + 240 * (P/A, 15, 30) + 15 * (P/F, 15, 30) =$

$= (-1500) + 240 * (6.566) + 15 * (0.0151) =$

$= (-1500) + 1575.9 + 0.23 \approx +76.13$

Συγκρίνοντας τα 76.13 χιλ. Ευρώ με τα 41.6 χιλ. Ευρώ διαλέγουμε το μεγαλύτερο από τα δύο ποσά και είναι αυτό πού αντιστοιχεί στην πρόταση της γέφυρας. Η διαφορά των δύο ποσών είναι 34.55 χιλ. Ευρώ, που είναι η τιμή της οριακής χρηματορροής του σχεδίου της γέφυρας σε σχέση με του πλοίου.

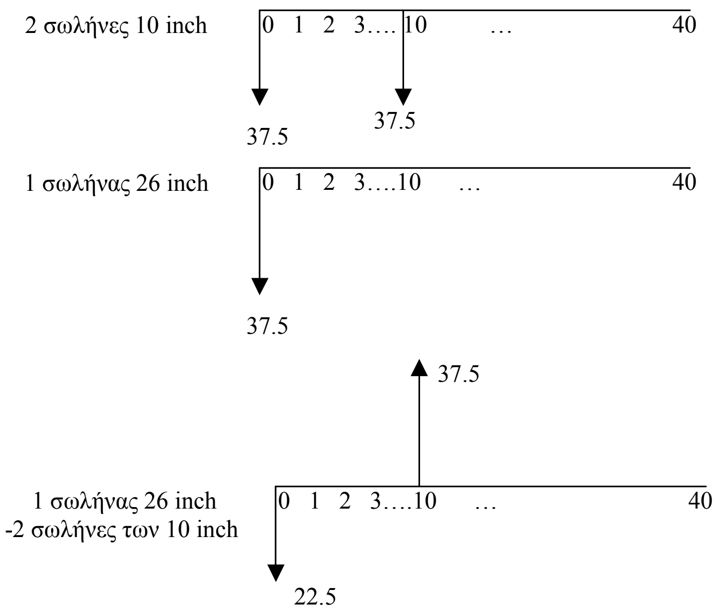
5.7 Σταδιακή Επένδυση

Μια ερώτηση που απασχολεί συχνά τους ειδικούς στη λήψη οικονομοτεχνικών αποφάσεων είναι, «εάν ένα έργο πρέπει να χτιστεί και να σχεδιαστεί με την μέγιστη δυνατότητα, ή αν πρέπει να διαφοροποιήσουμε το κόστος μέχρι η μέγιστη ικανότητα του να είναι αναγκαία». Η ερώτηση απαντάται χρησιμοποιώντας την ανάλυση της παρούσας αξίας για εναλλακτικές προτάσεις.

Παράδειγμα:

Δύο εναλλακτικές προτάσεις εξετάζονται από την (υποθετική) Εταιρεία Ύδρευσης Χανίων (ΕΥΧ) για την αντικατάσταση ενός υπάρχοντος δικτύου ύδρευσης. Η πρώτη εναλλακτική πρόταση είναι να εγκατασταθεί ένας κύριος αγωγός 10 inch τώρα και μετά από 10 χρόνια ένας επιπρόσθετος αγωγός ίδιας διαμέτρου κατά μήκος του πρώτου. Το αρχικό κόστος για κάθε αγωγό των 10 inch είναι 37.5 εκατ. Ευρώ. Η συνολική οικονομική ζωή και των δύο αγωγών είναι 40 χρόνια. Καμία τελική αξία δεν αναμένεται στο τέλος της οικονομικής ζωής. Η δεύτερη εναλλακτική πρόταση είναι η εγκατάσταση ενός και μοναδικού αγωγού διαμέτρου 26 inch τώρα, το κόστος του οποίου ανέρχεται στα 60 εκατ. Ευρώ. Καμία τελική αξία δεν προβλέπεται στο τέλος της οικονομικής ζωής του, που είναι 40 χρόνια. Εάν το κόστος ευκαιρίας αυτής της επένδυσης (λαμβάνοντας υπόψιν στην τιμή αυτή και τον πληθωρισμό), είναι 8%, ποια εναλλακτική πρόταση πρέπει να επιλεγεί;

Λύση:



Διάγραμμα 5-7: Σταδιακή επένδυση σε ένα δίκτυο ύδρευσης (ποσά σε εκατ. Ευρώ)

Στο σχεδιάγραμμα φαίνονται οι δύο εναλλακτικές προτάσεις. Εάν χρησιμοποιήσουμε την οριακή ανάλυση, θα δούμε ότι είναι αδύνατο να συγκρίνουμε το χαμηλότερο κόστος των εναλλακτικών προτάσεων με το να μην γίνει τίποτα, ή αλλιώς τη μηδενική εναλλακτική πρόταση, διότι τα κέρδη είναι τα ίδια και για τις δύο εναλλακτικές προτάσεις και η μηδενική εναλλακτική πρόταση δεν υφίσταται. Η ΕΥΧ είναι αποφασισμένη να κατασκευάσει το ένα ή το άλλο δίκτυο ύδρευσης και το μόνο που έχει να κάνει είναι να αποφασίσει ποια εναλλακτική πρόταση θα εφαρμόσει.

$$\Delta NPV = (-22.5) + 37.5 * (P/F,\ 8,\ 10) = (-22.5) + 37.5 * (0.4632) = (-22.5) + 17.37 = -5.13$$

Η επιπλέον επένδυση στη σωλήνα των 26 inch δεν είναι δικαιολογημένη και για το λόγο αυτό είναι καλύτερο να περιμένουμε 10 χρόνια πριν εγκατασταθεί η δεύτερη σωλήνα των 10 inch.

5.8 Διαρκής Επένδυση

Εάν επενδυθούν 30 χιλ. Ευρώ με επιτόκιο 9% χωρίς να μεταβάλλεται το αρχικό κεφάλαιο αλλά απλά να λαμβάνονται οι τόκοι, τότε θα μπορούσε κάποιος να έχει ένα εισόδημα των 2.7 χιλ. Ευρώ ετησίως από την πηγή αυτή. Αυτό συμβολικά δίνεται από τον τύπο:

$$A = P * i \qquad (7)$$

Φαίνεται ότι ο ρυθμός επιστροφής κεφαλαίου, $(A/P,\ i,\ \infty)$, είναι απλά ίσος με το i, τον ρυθμό απόδοσης. Εάν αντιθέτως θέλαμε να υπολογίσουμε πόσα χρήματα χρειάζεται να καταθέσουμε στην τράπεζα, με επιτόκιο 9% ώστε να λαμβάνομε το χρόνο ένα εισόδημα των 2.7 χιλ. Ευρώ, η απάντησή μας θα είναι :

$$P = \frac{A}{i} = A * \frac{1}{i} \qquad (8)$$

Παράδειγμα:

Ένας μεγαλοκτηματίας αποφασίζει να δημιουργήσει ένα οικογενειακό κέρδος που θα μοιράζει 75 χιλ. Ευρώ στα παιδιά του και στους απογόνους του. Μπορεί να επενδύσει με σιγουριά λαμβάνοντας υπόψιν και τον πληθωρισμό, με επιτόκιο 4%. Πόσο κεφάλαιο χρειάζεται για να εκπληρώσει την επιθυμία του;

Λύση:

Εφαρμόζοντας την εξίσωση (8) έχουμε:

$$\mathrm{P} = \frac{A}{i} = A * \frac{1}{i} = 75 * (1/0.04) = 1875 \text{ χιλ. Ευρώ.}$$

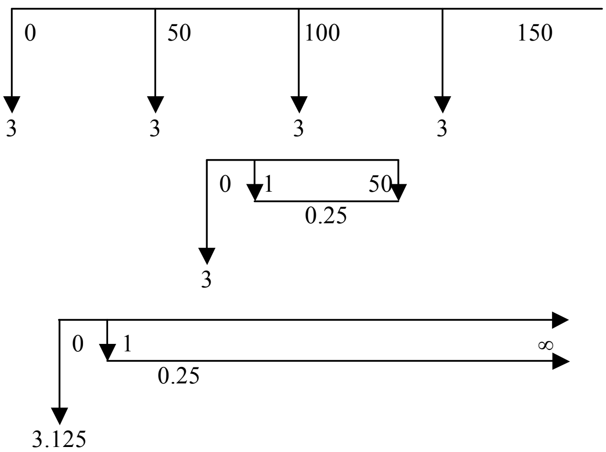
5.9 Κεφαλαιοποιημένο Κόστος

Η ιδέα του κεφαλαιοποιημένου κόστους είναι όμοια με αυτή που περιέχεται στην εξίσωση (8), όπου η παρούσα αξία σε μία ετήσια διαχρονική πληρωμή είναι δεδομένη. Έχουμε μία περισσότερο πολύπλοκη χρηματορροή κατά την οποία ένα κεφάλαιο δεν μπορεί να «κρατήσει» διαχρονικά, αλλά πρέπει να αντικαθίσταται κατά διαστήματα.

Παράδειγμα:

Η Εταιρεία Ύδρευσης Χανίων (ΕΥΧ) θα εγκαταστήσει ένα νέο αγωγό που θα παρέχει νερό και στο μακρινό μέλλον. Θα κοστίσει 3 εκατ. Ευρώ και θα είναι αναγκαία η αντικατάσταση του κάθε 50 χρόνια. Εάν η εταιρεία απαιτεί ένα ρυθμό επιστροφής 8% για την επένδυση, ποιο θα είναι το κεφαλαιοποιημένο κόστος του καινούργιου αγωγού.

Λύση:



Διάγραμμα 5-8: Κεφαλαιοποιημένο κόστος

Στα παραπάνω Διάγραμμα 5-8 περιγράφεται η κατάσταση. Στο πρώτο από τα τρία διαγράμματα, τα 3 εκατ. Ευρώ επαναλαμβάνονται κάθε 50 χρόνια. Το μεσαίο διάγραμμα δείχνει τα 3 εκατ. Ευρώ στην παρούσα στιγμή να μετατρέπονται ως εξής:

$$A = (A/P,\ i,\ N) = 3 * (A/P,\ 8,\ 50) = 3 * (0.08174) = 0.25$$

Τα 0.25 εκατ. Ευρώ επανέρχονται σε κάθε επαναλαμβανόμενο κύκλο επένδυσης των 3 εκατ. Ευρώ. Το πρόβλημα τώρα επαναλαμβάνεται υπολογίζοντας το κεφαλαιοποιημένο κόστος των 0.25 εκατ. Ευρώ ετησίως, για πάντα. Η εξίσωση (8) μας δίνει την απάντηση:

$P = A / i = 0.25 * (1/0.08) = 3.125$

5.10 Ασκήσεις

1. Στα πλαίσια της αυτοματοποίησης κάποιου τμήματος ενός εργοστασίου εξετάζονται δύο εναλλακτικές λύσεις Α και Β. Η Α συνοψίζει την αντίληψη να συνεχίσει το εργοστάσιο να λειτουργεί με τον ίδιο τρόπο (κύρια χειροκίνητο) με κάποιες μικρές βελτιώσεις. Θα μπορούσαμε να αποκαλέσουμε την Α, status-quo λύση. Η Β συνοψίζει ένα εναλλακτικό τρόπο λειτουργίας αρκετά αυτοματοποιημένο. Ειδικότερα :

		A (χιλ. Ευρώ)	B
-	Επένδυση	500	10000
-	Προσωπικό (ετήσιο κόστος)	7000	3500
-	Συντήρηση (ετήσια)	50	400
-	Ηλεκτρικό Ρεύμα (ετήσια)	200	400
-	Διαφορά φορολογίας εισοδήματος*		300

(* Με την λογική ότι το ενώ Β «γλυτώνει» χρήματα συμβάλλει στην αύξηση των κερδών και άρα στην επιδείνωση της φορολογίας -- λαμβανομένης υπόψιν της επιπρόσθετης απόσβεσης του Β). Εκτιμάται ότι το σχέδιο Β έχει οικονομική ζωή 10 χρόνων με τελική αξία των εμπλεκομένων μηχανημάτων ίση προς 800 χιλ. Ευρώ. Εκτιμάται ότι και το Α «αντέχει» 10 χρόνια, χωρίς βέβαια τελική αξία. Σαν ελάχιστος αποδεκτός βαθμός απόδοσης (*MARR*) προσδιορίζεται το 15 %.

2. Δύο εναλλακτικές λύσεις εξετάζονται στα πλαίσια της εγκατάστασης ενός συστήματος διανομής ηλεκτρικής ενέργειας σε ένα εργοστάσιο. Τα οικονομικά χαρακτηριστικά των λύσεων, Α και Β είναι :

-	Κόστος Αρχικής επένδυσης	10000000	16000000
-	Οικονομική Ζωή	10 χρόνια	20 χρόνια
-	Τελική Αξία (στο τέλος της οικ. ζωής)	2000000	-
-	Ετήσιο Κόστος λειτουργίας & συντήρησης	1800000	1000000

Ο ελάχιστος επιτρεπτός βαθμός απόδοσης (*MARR*)[4] που απαιτείται είναι 16%. Προτιθέμεθα να επιλέξουμε μία από τις δύο λύσεις. Πρέπει να υπολογίσουμε την *PW* του οριακού χρηματο-χρονοδιαγράμματος, δηλαδή του Β-Α: PW_{B-A}. Ομως η οικονομική ζωή των δύο λύσεων είναι διαφορετική. Η περίπτωση αυτή είναι ενδεικτική μιας κατηγορίας προβλημάτων όπου οι εμπλεκόμενες εναλλακτικές λύσεις έχουν διαφορετικές οικονομικές ζωές. Για να είναι σωστή (θεωρητικά και πρακτικά) η οποιαδήποτε ανάλυση και σύγκριση πρέπει ο ορίζοντας προγραμματισμού (planning horizon) να είναι κοινός για όλες τις λύσεις. Πρακτικά αυτό σημαίνει ότι δεν είναι σωστό να συγκριθεί η Α (της οποίας η οικονομική ζωή είναι, στην προκειμένη περίπτωση 10 χρόνια) με την Β (της οποίας η οικονομική ζωή είναι 20 χρόνια).

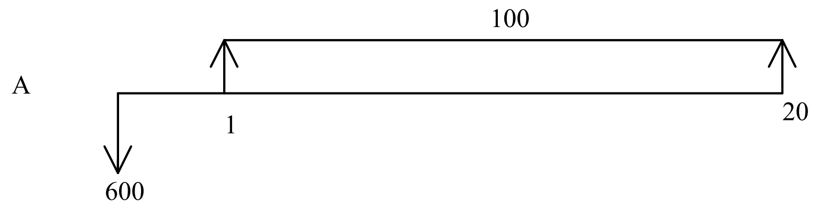
3. Στα πλαίσια της κατασκευής ενός εργοστασίου επεξεργασίας απορριμμάτων εξετάζονται δύο εναλλακτικές λύσεις, η Α και η Β. Η πόλη Χ που εξετάζει την επένδυση εκτιμά ότι το κόστος ευκαιρίας της (opportunity cost of capital) είναι 10%. (Ένας διαφορετικός, και ισοδύναμος

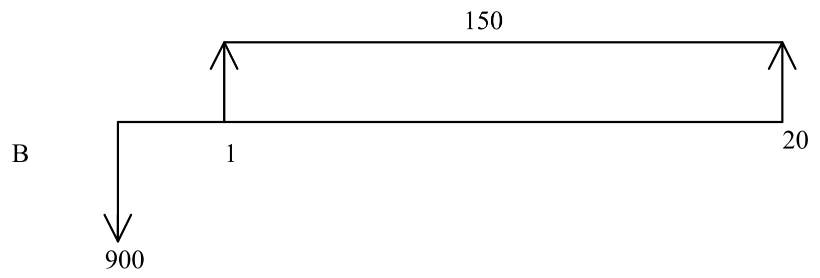
---

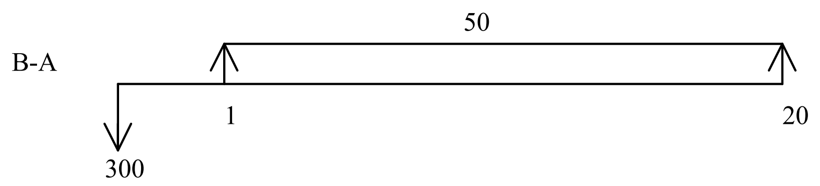
[4] *MARR:* Μέγεθος ισοδύναμο του κόστους ευκαιρίας, που προσδιορίζεται από τους ειδικούς

εννοιολογικά, τρόπος έκφρασης του 10% είναι σαν ο ελάχιστος αποδεκτός βαθμός απόδοσης -- minimum attractive rate of return, *MARR*). Τέλος, κανένα από τα δύο σχέδια Α και Β δεν αναμένεται να έχει κάποια τελική αξία, (salvage value) στο τέλος της περιόδου ανάλυσης της επένδυσης (οικονομικού ορίζοντα ή ορίζοντα προγραμματισμού).

Διαγραμματικά οι λύσεις μπορεί να απεικονισθούν ως εξής : (ποσά σε εκατ. Ευρώ.)







4. Γενικό Σχόλιο: Σε πολλά προβλήματα της λήψης οικονομοτεχνικών αποφάσεων, ο αναλυτής έρχεται αντιμέτωπος με την σύγκριση δύο (ή και περισσοτέρων) λύσεων όπου η μία αντιμετωπίζει το πρόβλημα συνολικά, ενώ η άλλη συνεπάγεται ένα σταδιακό και χρονικά διαρθρωμένο τρόπο του προβλήματος, π.χ. εισαγωγής νέας τεχνολογίας επίλυσης στον χώρο της παραγωγής. Ένα κλασσικό παράδειγμα ενός τέτοιου τύπου προβλήματος είναι η ανάπτυξη και εγκατάσταση ενός συστήματος μηχανογράφησης. Ας υποθέσουμε ότι προτείνονται οι εξής δύο λύσεις :

Α. Αγορά hardware και software σταδιακά. Συνήθως αυτό σημαίνει ότι η τελική αρχιτεκτονική του συστήματος είναι κατανεμημένη (distributed processing).

Β. Αγορά ενός κεντρικού συστήματος που εκτιμάται ότι μπορεί να καλύψει τις πληροφοριακές ανάγκες του οργανισμού στην χρονική περίοδο που ενδιαφέρει (δηλ., κατά την διάρκεια του ορίζοντα προγραμματισμού).

Έστω ότι οι πληροφοριακές ανάγκες του συγκεκριμένου οργανισμού εκφράζονται μέσω του αδιάστατου δείκτη *Π*. Ο δείκτης αυτός είναι συνάρτηση των επιμέρους πληροφοριακών αναγκών (information processing, analysis, retrieval and storage requirements). Στα πλαίσια της χρονικής περιόδου *Ν* που μας ενδιαφέρει η συνάρτηση του $\Pi = \Pi(N)$ είναι δυνατόν να προσδιορισθεί (έστω και σαν συνάρτηση τυχαίων μεταβλητών).

Περιγραφή Προβλήματος: Ελάχιστος αποδεκτός βαθμός απόδοσης $: i^* = 15\ \%, N = 15$ χρόνια.

Λύση Α: Το τελικό Σύστημα (Σ) είναι το "άθροισμα" τριών επί μέρους συστημάτων :

$$\Sigma = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$$

Αγορά σ_1 τώρα, του σ_2 σε 5 χρόνια από σήμερα, και του σ_3 σε 10 χρόνια από σήμερα. Αγοράζοντας τα $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ με τον τρόπο αυτό κάθε φορά καλύπτουμε τις πληροφοριακές ανάγκες του οργανισμού (μέχρι την επόμενη αγορά, αν υπάρχει). Αν ο δείκτης $\lambda^1{}_j$ συμβολίζει τις δυνατότητες του συστήματος σ_j, αντίστοιχα ($j = 1,2,3$) και είναι συγκρίσιμος με τον $\Pi = \Pi(N)$, τότε ισχύει ότι :

$$\Pi(o) \leq \lambda^1{}_1 \leq \Pi(4) \qquad , \Pi(5) \leq \lambda^1{}_2 \leq \Pi(9) \qquad , \Pi(10) \leq \lambda^1{}_3 \leq \Pi(15)$$

επίσης ισχύει ότι $(\partial\Pi / \partial N) \geq 0$ (χιλιάδες Ευρώ)

	σ_1	σ_2	σ_3	Σ
-Κόστος επένδυσης	5000	4500	6000	
-Ετήσιο Κόστος λειτουργίας	800	800+	800+	
		600	600+	
			400	
- Τελική Αξία (Salvage or residual value)				4000

Λύση Β: Προφανώς προσφέρει ένα λ^2 όπου

$$\Pi(o) \leq \lambda^2 \leq \Pi(15)$$

- Κόστος Επένδυσης	12000	(οικονομία κλίμακας)
- Ετήσιο Κόστος λειτουργίας	1500	
- Τελική Αξία	1000	

Έστω ότι η επιλογή μιας εκ των δύο λύσεων είναι σίγουρη.

5. Γενικό Σχόλιο: Μια ακόμη μορφή προβλήματος ανάλογη με αυτή που περιγράφεται στην προηγούμενη άσκηση, είναι η περίπτωση της σύγκρισης δύο λύσεων όπου η οικονομική ζωή της μίας εκτείνεται στο άπειρο ενώ η άλλη επαναλαμβάνεται. Έστω η ακόλουθη περίπτωση: Στα πλαίσια της κατασκευής κερκίδων για το γήπεδο ενός Λυκείου εξετάζονται δύο λύσεις, Α και Β. Η λύση Α περιλαμβάνει την κατασκευή μόνιμης κερκίδας από μπετόν, η οικονομική ζωή της οποίας εκτιμάται ότι είναι απεριόριστη. Η λύση Β περιλαμβάνει την κατασκευή κερκίδων από ξύλο πάνω σε σκελετό από σίδερα. Λόγω της φύσης της κατασκευής εκτιμάται ότι η τεχνική της διάρκεια είναι περιορισμένη στα 20 χρόνια. Αυτό σημαίνει ότι κάθε 20 χρόνια θα πρέπει να "ξανακατασκευάζεται". Ειδικώτερα στοιχεία των Α και Β έχουν ως εξής :

	Α	Β
Αρχικό Κόστος Επένδυσης	500000000	150000000
Κόστος Ετήσιας Συντήρησης	2000000	5000000
Τελική Αξία	-	-
Διάρκεια Ζωής		20 χρόνια

Το εμπλεκόμενο Λύκειο προσδιορίζει ότι σαν ελάχιστο αποδεκτό βαθμό απόδοσης θεωρεί το 12 %. Αφού δεν λαμβάνεται υπόψιν ο τιμάριθμος εκτιμάται ότι το κόστος «επανακατασκευής» της Β παραμένει σταθερό. (Υπόδειξη: ο κοινός και για τις δύο λύσεις ορίζοντας είναι το ∞ , κάτι που είναι θεωρητικά χρήσιμο αλλά πρακτικά δύσκολο να χρησιμοποιηθεί. Παρατηρήστε όμως ότι πρακτικά: *(P/F, 12, 40)* = 0.0107 και *(P/F, 12, N)* $\leq$ 0.01 για $N \geq 40$)

6. Δύο εναλλακτικές λύσεις για την κατασκευή του οδοστρώματος ενός δρόμου εξετάζονται όπου το κόστος ανά χλμ είναι ως εξής :

-Αρχική Επένδυση	900000 Ευρώ	1200000 Ευρώ
-Χρονική περίοδος μέχρι την επόμενη επιστρωμάτωση	10 χρόνια	15 χρόνια
-Κόστος επιστρωμάτωσης	400000	500000
-Ετήσιο Κόστος Συντήρησης οδοστρώματος	150000	90000

Η επιστρωμάτωση απευθύνεται στην εξωτερική επιφάνεια του οδοστρώματος. Αφορά δηλαδή την αντικατάσταση της εξωτερικής και μόνο επιφάνειας και όχι της βάσης του οδοστρώματος. Υποθέτοντας ότι σε κάθε περίπτωση η τελική αξία είναι μηδενική και ότι $i^* = 10\ \%$, συγκρίνετε τους δύο τύπους Α και Β, χρησιμοποιώντας το μοντέλο της παρούσας αξίας, για μια περίοδο 30 χρόνων.

7. Δύο δομικές μηχανές εξετάζονται για αγορά από μία κατασκευαστική εταιρεία. Και οι δύο μηχανές ανταποκρίνονται στις τεχνικές προδιαγραφές λειτουργίας, εκτιμάται όμως ότι ο ΚΡΟΝΟΣ έχει πολύ μεγαλύτερη αντοχή από τον ΑΡΗ, και συνεπώς μακρύτερη οικονομική ζωή. Τα συγκεκριμένα οικονομικά στοιχεία είναι :

	ΑΡΗΣ	ΚΡΟΝΟΣ
Αρχικό Κόστος Παράδοσης	6000000	9000000
Κόστος Λειτουργίας και Συντήρησης κατά τον πρώτο χρόνο λειτουργίας της μηχανής	1200000	750000
Ετήσιο ποσό αύξησης του λειτουργ. και κόστους συντήρησης μετά τον πρώτο χρόνο	120000	60000
Τελική Αξία	600000	900000

Επίσης, ο ΑΡΗΣ θα χρειασθεί μία σημαντική επισκευή μετά από 2 χρόνια λειτουργίας που εκτιμάται ότι θα στοιχίσει 750000 Ευρώ, ενώ αντίστοιχα ο ΚΡΟΝΟΣ θα χρειασθεί μια αντίστοιχη επισκευή μετά από 3 χρόνια λειτουργίας που θα στοιχίσει 600000 Ευρώ. Τέλος, εκτιμάται ότι η οικονομική ζωή του ΑΡΗ είναι 4 χρόνια ενώ, αντίστοιχα, του ΚΡΟΝΟΥ 6 χρόνια. Βασιζόμενοι στο μοντέλο της Παρούσας Αξίας συγκρίνατε τις δύο μηχανές λαμβάνοντας υπόψιν ότι το $i^* = 15\ \%$ (ελάχιστος αποδεκτός βαθμός απόδοσης).

Κεφάλαιο

6

Εκτίμηση και Ομόλογα

6.1 Εκτίμηση και Κόστος Ευκαιρίας Κεφαλαίου

Είναι κάποιες φορές δύσκολο να εξηγήσει κανείς τι σημαίνει παρούσα αξία σε κάποιον που δεν το έχει μελετήσει. Αλλά, όπως έχει αναφερθεί, ένας τρόπος είναι να χρησιμοποιηθεί η έννοια της αξίας των μελλοντικών εισπράξεων (εσόδων), με άλλα λόγια της εκτίμησης. Εάν ένα εμπόρευμα, ένα ομόλογο ή γραμμάτιο, ή ένα κομμάτι πραγματικής περιουσίας εκτιμάται ότι θα έχει απόδοση χρημάτων σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές την περίοδο που το κατέχουμε, η τιμή του παραπάνω στοιχείου μπορεί να θεωρηθεί ως η παρούσα αξία όλων αυτών των χρημάτων. Αυτή η παρούσα αξία έχει να κάνει με το βαθμό απόδοσης που έχουμε προσδιορίσει. Αυτός ο βαθμός ονομάζεται κόστος ευκαιρίας κεφαλαίου. Αν το δούμε από μια άλλη οπτική γωνία, η παρούσα αξία είναι το ποσό εκείνο, το οποίο, αν επενδύσουμε με το συγκεκριμένο κόστος ευκαιρίας, θα μας επιστρέψει αυτά τα κέρδη σε συγκεκριμένα χρονικά σημεία της περιόδου που το κατέχουμε. Το νόημα όλων αυτών φαίνεται στις παρακάτω περιπτώσεις εκτίμησης ενός ομολόγου.

Παράδειγμα:

Η εταιρεία INTRABOND εξέδωσε ομόλογα ονομαστικής αξίας 1500 Ευρώ, με καταβολή ονομαστικού επιτοκίου 8% και διάρκειας 20 χρόνων. Οι τόκοι θα πληρώνονται δύο φορές το χρόνο και το πρώτο ποσό θα καταβληθεί έξη μήνες μετά την αγορά του ομολόγου. Πόσα πρέπει να πληρώσει για αυτά τα ομόλογα ένας επενδυτής που έχει προσδιορίσει το κόστος ευκαιρίας του κεφαλαίου του να είναι 10% με εξαμηνιαίο ανατοκισμό;

Λύση:

Η λύση χωρίζεται σε δύο μέρη:

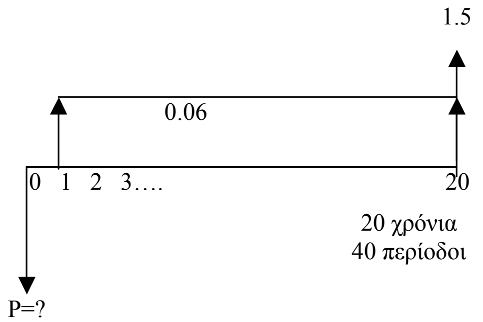
1.Υπολογισμός των εισπράξεων του ομολόγου. Η ουσιαστική τιμή του επιτοκίου του ομολόγου για περίοδο έξη μηνών είναι:

$$i = r / M = (0.08) / 2 = 0.04$$

Τα 20 χρόνια αντιστοιχούν σε 40 περιόδους. Στο τέλος κάθε περιόδου ο κάτοχος του ομολόγου θα εισπράττει:

$$A = (0.04) * (1.5) = 0.06 \text{ χιλ. Ευρώ}$$

Μετά το πέρας της εικοσαετίας θα εισπράξει την ονομαστική αξία, που είναι 1.5 χιλ. Ευρώ. Το διάγραμμα χρηματορροών του ομολόγου φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Διάγραμμα 6-1: Χρηματορροές Ομολόγου

Αυτά τα ποσά θα εισπράξει ο κάτοχος του ομολόγου ανεξάρτητα από την τιμή που θα το αγοράσει. Τα παραπάνω στοιχεία, δηλαδή προσδιορίζονται μόνο από τα χαρακτηριστικά του ομολόγου αυτού καθ' αυτού.

2. Εκτίμηση του ομολόγου. Η τιμή του ομολόγου για κάποιον συγκεκριμένο αγοραστή με συγκεκριμένη ονομαστική τιμή του κόστους ευκαιρίας του (10%) είναι η παρούσα αξία των εισπράξεών του:

$$P = A * (P/A, i', N) = F * (P/F, i', N) \qquad (1)$$

όπου το i΄ είναι η ουσιαστική τιμή του κόστους ευκαιρίας του επενδυτή και όχι το επιτόκιο του ομολόγου.

$$i' = r'/M = (0.10)/2 = 0.05$$

Η σχέση (1) στο συγκεκριμένο παράδειγμα γίνεται:

$$P = 0.06 * (P/A, 5, 40) + 1.5 * (P/F, 5, 40) = 0.06 * (17.159) + 1.5 * (0.1420) = 1.242 \text{ χιλ. Ευρώ}$$

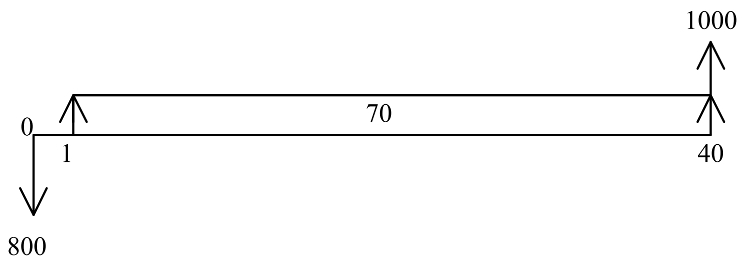
Αυτή είναι και η μέγιστη τιμή του ομολόγου για κάποιον αγοραστή με κόστος ευκαιρίας κεφαλαίου ίσο με 10% με εξαμηνιαίο ανατοκισμό. Αυτή η τιμή θα ήταν μικρότερη για κάποιον επενδυτή με «φράγμα» κόστους ευκαιρίας υψηλότερο από 10% και μεγαλύτερη για κάποιον με φράγμα χαμηλότερο των 10%. Αν υποθέσουμε, δηλαδή, ότι το συγκεκριμένο ομόλογο πουλιέται στην αγορά σήμερα 1.425 χιλ. Ευρώ, ένας επενδυτής με το παραπάνω κόστος ευκαιρίας θα ζημιωνόταν με την αγορά του, αφού υπολογίσαμε ότι η τιμή του, για τον επενδυτή, είναι μικρότερη. Χρειάζεται, με άλλα λόγια, να επενδύσει μικρότερο ποσό για να έχει τις παραπάνω εισπράξεις.

Παράδειγμα:

Όπως έγινε κατανοητό από το προηγούμενο παράδειγμα, τα βασικά στοιχεία ενός ομόλογου είναι η ημερομηνία έκδοσης, η ημερομηνία λήξης, η ονομαστική αξία (καταβάλλεται στον κάτοχο με την λήξη του ομόλογου) και τέλος, η καταβολή επιτοκίου (καταβάλλεται στον κάτοχο τόκος επί της ονομαστικής αξίας του ομόλογου μέρισμα, συνήθως, εξαμηνιαία). Ας υποτεθεί ότι εξετάζεται η αγορά (δηλ. επένδυση) ενός ομολόγου διάρκειας 20 ετών, ονομαστικής αξίας 1000 Ευρώ που υπόσχεται καταβολή ετήσιου επιτοκίου 14 % σε εξαμηνιαία βάση. Αν υποτεθεί ότι ο εμπλεκόμενος επενδυτής προσδιορίζει ότι το κόστος ευκαιρίας του κεφαλαίου του είναι 18 % και ότι το συγκεκριμένο ομόλογο προσφέρεται αντί 800 Ευρώ, πιστεύετε ότι πρέπει να το αγοράσει; Γιατί, γιατί όχι;

$i^* = 18\,\%/\text{έτος}$ ή $i^* = (18/2) = 9\,\%$ εξάμηνο

Το σχετικό χρηματο-χρονοδιάγραμμα είναι :



Διάγραμμα 6-2: Αξιολόγηση Ομολόγου

Εξαμηνιαία καταβολή τόκου : 1000 * [(14 / 2)%] = 70 Ευρώ

$NPW = - 800 + 70 * (P/A, 9, 40) + 1000 * (P/F, 9, 40)$

$= - 800 + 70 * (10.757) + 1000 * (0.0318) = - 15.2 < 0$

Το ομόλογο δεν πρέπει να αγορασθεί.

Σχόλιο : Τί σημαίνει η προηγούμενη ανάλυση για κάποια εταιρεία που σκοπεύει να εκδώσει κάποιο ομόλογο; Σημαίνει ότι ο επενδυτής με $i^* = 18\ \%$ δεν θα το αγοράσει. 'Αρα η αποδοχή του ομόλογου από υποψήφιους επενδυτές είναι άμεση συνάρτηση του κόστους ευκαιρίας κεφαλαίου (opportunity cost of capital) των τελευταίων, δηλαδή του i^* (ή του ελάχιστου βαθμού απόδοσης -- minimum attractive rate of return). Για κάθε i^* υπάρχει μια οριακή τιμή πώλησης του ομόλογου.

Η εξίσωση της καθαρής παρούσας αξίας (net present worth) του ομόλογου που εξετάζουμε είναι :

$$NPW = - 800 + 70 * (P/A, i^*, 49) + 1000 * (P/F, i^*, 40)$$

'Εστω ότι η τιμή πώλησης, μαζί με το i* αποτελούν παραμέτρους του προβλήματος, δηλ.

$$NPW = - \Pi = 70\ (P/A, i^*, 40) + 1000\ (P/F, i^*, 40) \quad ή$$

$$NPW = NPW\ (\Pi, i^*)$$

Οριακές τιμές του Π, δηλαδή τιμές που προσδιορίζουν το ανώτατο ποσό που, δοθέντος κάποιου i^*, θάταν πρόθυμος να καταβάλλει ένας υποψήφιος επενδυτής προκύπτουν όταν :

$$NPW\ (\Pi, i^*) = 0 \quad ή$$

$$\Pi = 70\ (P/A, i^*, 40) + 1000\ (P/F, i^*, 40)$$

I*(%)	(P/A, i*, 40)	(P/F, i*, 40)	Π
4	19.793	0.2083	1594
5	17.159	0.1420	1343
6	15.046	0.0972	1150
7	13.332	0.0668	1000
8	11.925	0.0460	881
9	10.757	0.0318	785
10	9.779	0.0221	707

Πίνακας 6-1: Διερεύνηση περιπτώσεων στην αξιολόγηση ομολόγου

Από τις τιμές του *Π* και του *i* που προκύπτουν από τους υπολογισμούς του Πίνακα 6-1, φτιάχνουμε την σχετική καμπύλη που μας βοηθά στον προσεγγιστικό προσδιορισμό της κατάλληλης τιμής *Π*, πώλησης ενός ομόλογου.

Ένα πιο πολύπλοκο παράδειγμα υπολογισμού παρούσας αξίας που παρουσιάζει χρήσιμες τεχνικές είναι το επόμενο:

<u>Παράδειγμα:</u>

Από τις 10 προτάσεις, που έχουν κατατεθεί για την κατασκευή ενός μεγαλυτέρου υπογείου συστήματος για κάποια μεγάλη πόλη, έχουν παραμείνει μόνο δύο. Μία πρέπει οπωσδήποτε να επιλεγεί.

Η πρώτη έχει να κάνει με την εγκατάσταση ενός μεγάλου σιδηροδρομικού δικτύου μέσα στα επόμενα 9 χρόνια. Το κόστος σχεδιασμού είναι 3 εκατ. Ευρώ ετησίως συν μία δαπάνη 16.5 εκατ. Ευρώ ταυτόχρονα με την έγκριση του σχεδίου, δηλαδή τη χρονική στιγμή 0. Το κόστος λειτουργίας και συντήρησης θα είναι 6 εκατ. Ευρώ ετησίως για την περίοδο μεταξύ του τρίτου και του εβδόμου έτους, 12 εκατ Ευρώ ετησίως μεταξύ του ογδόου και δεκάτου έτους και 18 εκατ Ευρώ από το ενδέκατο έτος και μετά. Τα οφέλη μεταξύ του τρίτου και εβδόμου έτους θα είναι 9 εκατ Ευρώ ετησίως, μεταξύ του ογδόου και δεκάτου έτους 10.5 εκατ Ευρώ και από το ενδέκατο και μετά 15 εκατ. Ευρώ. Όλα αυτά φαίνονται στον Πίνακα 6-2.

Έτη	Κόστος (εκατ. Ευρώ)	Οφέλη (εκατ. Ευρώ)
Εναλλακτική λύση 1: Μεγάλο σιδηροδρομικό δίκτυο		
0	16.5	0
1-9	3	0
3-7	6	9
8-10	12	10.5
11-∞	18	15
Εναλλακτική λύση 2: Σταδιακή επέκταση		
0	16.5	0
1-6	15	0
2-6	0	7.5
7-14	16.5	12
15--∞	18	15

Πίνακας 6-2: Οικονομικά στοιχεία για τις δύο εναλλακτικές

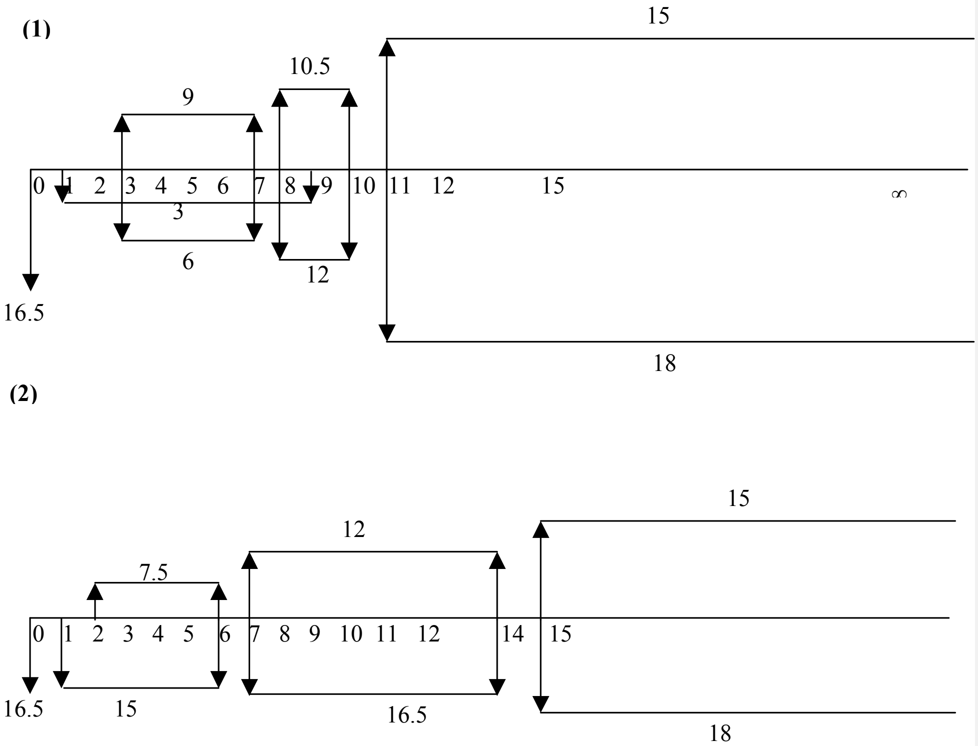
Η δεύτερη εναλλακτική λύση συνεπάγεται ένα σταδιακά και χρονικά διαρθρωμένο τρόπο κατασκευής του συστήματος. Κατά την περίοδο των έξη πρώτων χρόνων θα χρησιμοποιούνται τρόλεϊ. Τα οφέλη αυτής της λειτουργίας θα εμφανιστούν τον τρίτο χρόνο και θα συνεχιστούν μέχρι και τον έκτο. Από τον έβδομο χρόνο μέχρι και τον δέκατο τέταρτο, οι επιβάτες θα εξυπηρετούνται με σύστημα ελαφρού σιδηροδρόμου. Από τον ενδέκατο χρόνο και μετά θα τεθεί σε λειτουργία μεγάλο σιδηροδρομικό δίκτυο. Αναλυτικά τα οφέλη και τα κόστη φαίνονται και πάλι στον Πίνακα 6-2.

Με τη βοήθεια της μεθόδου της παρούσας αξίας για κάθε εναλλακτική ξεχωριστά, επιλέξτε το καταλληλότερο σχέδιο δράσης.

Υποθέστε ότι δεν πληρώνονται φόροι, αφού η επιχείρηση είναι δημόσια και ότι ο πληθωρισμός έχει ληφθεί υπόψιν. Το κόστος ευκαιρίας που θα χρησιμοποιηθεί κάτω από τις προαναφερθείσες συνθήκες είναι 4%.

Λύση:

Στη συνέχεια στα Διαγράμματα 6-3, 6-4 και 6-5 και στους Πίνακες 6-3 και 6-4, παρουσιάζονται τα οικονομικά στοιχεία του προβλήματος και τα χρηματο-χρονοδιαγράμματα για τις δύο εναλλακτικές λύσεις.



Διάγραμμα: 6-3: Χρηματορροές για τις δύο λύσεις

Η λύση 1 μπορεί να παρουσιαστεί ως εξής:

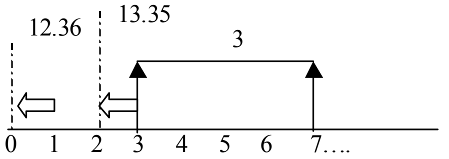
Έτος	Χρηματορροές (εκατ. Ευρώ)
0	- 16.5
1-9	- 3
3-7	+ 9 – 6 = + 3
8-10	10.5 - 12 = - 1.5
11-∞	+ 15 – 18 = - 3

Πίνακας 6-3: Συνολικές χρηματορροές εναλλακτικής 1

Η παρούσα αξία της 1 είναι:

NPV_1 = (-16.5) –30 ∗ *(P/A,4,9)* + 3 ∗ *(P/A,4,5)* ∗ *(P/F,4,2)* - 1.5 ∗ *(P/A,4,3)* ∗ *(P/F,4,7)* – 3 ∗ (1 / 0.04) ∗ *(P/F,4,10)*

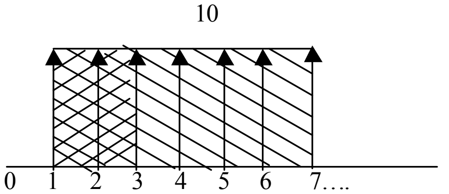
Η μορφή που έχουν τα σχετικά γινόμενα, εξηγείται ως εξής: Στο τέλος των ετών από το τρίτο έως το έβδομο υπάρχουν 5 βέλη, ίσα με +3 το καθένα. Η παρούσα τους αξία στο τέλος του δευτέρου χρόνου είναι ίση με (+3) ∗ *(P/A,4,5),* όπου *A* = (+3). Στη συνέχεια βρίσκουμε την παρούσα αξία αυτής της ποσότητας για το χρονικό σημείο 0, πολλαπλασιάζοντάς την με τον συντελεστή παρούσας αξίας μοναδικού ποσού *(P/F,4,2)***.** Το ίδιο αποτέλεσμα θα είχαμε αν πολλαπλασιάζαμε επί (+3) την ακόλουθη παράσταση *[(P/A,4,7) - (P/A,4,2)]*. Στην παρακάτω απεικόνιση (Διάγραμμα 6-4 και 6-5) φαίνονται οι πολλαπλασιασμοί γραφικά:



Διάγραμμα 6-4: Γραφική απεικόνιση των πολλαπλασιασμών

3 ∗ *(P/A,4,5)* = 13.35

13.35 ∗ *(P/F,4,2)* = 12.36



Διάγραμμα 6-5: Γραφική απεικόνιση των πολλαπλασιασμών (συνέχεια)

Κάνοντας τους υπολογισμούς, βρίσκουμε ότι:

NPV_1 = (-16.5) – 30 ∗ (7.435) + 3 ∗ (4.452) ∗ (0.9246) - 1.5 ∗ (2.775) ∗ (0.9246) – 3 ∗ (1/0.04) ∗ (0.6756) ≅ - 281

Ακολουθώντας την ίδια λογική και για την άλλη εναλλακτική λύση, έχουμε:

Έτος	Χρηματορροές (εκατ. Ευρώ)
0	- 16.5
1-6	- 15
2-6	+ 7.5
7-14	12 - 16.5 = - 4.5
15-∞	+ 15 - 18 = - 3

Πίνακας 6-4: Συνολικές χρηματορροές εναλλακτικής 2

Η παρούσα αξία της 2 είναι:

NPV_2 = (-16.5) – 15 * *(P/F,4,1)* -7.5 * *(P/A,4,5)* * *(P/F,4,1)* - 4.5 * *(P/A,4,8)* * *(P/F,4,6)* – 3 * (1.0.04) * *(P/F,4,14)* = - 16.5 - 14.43 - 32.1 - 23.94 - 43.32 ≅ - 129

Όπως βλέπουμε, η εναλλακτική λύση με τα λιγότερα κόστη είναι η 2.

Εδώ χρησιμοποιήσαμε την ξεχωριστή ανάλυση για οφέλη και δαπάνες**,** γιατί ταιριάζει περισσότερο με το μοντέλο των χρηματορροών. Η οριακή ανάλυση δεν εφαρμόστηκε γιατί υπεισέρχεται ένα ιδιαίτερο πρόβλημα, το οποίο εξετάζεται καλύτερα με το λόγο κερδών προς δαπάνες. Είναι το πρόβλημα της αντιμετώπισης δύο ίσων αρχικών επενδύσεων, όπου η χρήση της οριακής ανάλυσης είναι επιτακτική.

6.2 Μελλοντική Αξία

Αυτή η μέθοδος επιλογής ανάμεσα σε δύο αμοιβαία αποκλειόμενες εναλλακτικές, εφαρμόζεται σπάνια, ωστόσο η γνώση της, καθώς και η εξήγηση της χρησιμότητάς της μας είναι χρήσιμες. Αντί, λοιπόν, να μεταφέρουμε τα οφέλη και κόστη στη χρονική αφετηρία, όπως με τη μέθοδο της παρούσας αξίας, εδώ τα μεταφέρουμε στο τέλος του δεδομένου χρονικού ορίζοντα. Αν τα μελλοντικά κέρδη ξεπερνούν τις μελλοντικές δαπάνες ή είναι ίσα με αυτές, η εργασία εγκρίνεται, αλλιώς απορρίπτεται. Δηλαδή, αν

$$\sum (B_j - C_j)(F/P,i,j) \geq 0$$

τότε, η λύση είναι αποδεκτή.

Παράδειγμα:

Ένας φίλος σας αξιολογεί τη λογική σας και σας ζητάει να υπολογίσετε τη μελλοντική αξία μιας ποσότητας πλυντηρίων που πρόκειται να αγοράσετε. Επιμένετε ότι σε 10 χρόνια η αξία τους εκτιμάται στα 90 χιλ. Ευρώ. Η τιμή αγοράς τους είναι τώρα 19.5 χιλ. Ευρώ. Οι αναμενόμενοι τόκοι είναι 0.9 χιλ. Ευρώ το χρόνο. Ποια είναι η μελλοντική αξία, συμπεριλαμβανομένων των οφελών και δαπανών μαζί, αυτής της αγοράς στο τέλος της περιόδου των 10 χρόνων, εάν το εμπόρευμα πουλιέται για 0.9 χιλ. Ευρώ; Το κόστος ευκαιρίας σας για «ριψοκίνδυνες επιχειρήσεις» έστω ότι είναι 12%.

Λύση:

Μεταφέροντας τα οφέλη και τις επενδύσεις στο τέλος του δεκάτου έτους:

F_{10} = -19.5 * *(F/P, 12, 10)* + 0.9 * *(F/A, 12, 10)* + 90 = -19.5 * (3.1058) + 0.9 * (17.549) + 90 = + 45.231

Η μελλοντική αξία της επένδυσης είναι περίπου 45 χιλ. Ευρώ. Επειδή είναι θετική ποσότητα, η επένδυση γίνεται αποδεκτή.

6.3 Λυμένα Προβλήματα

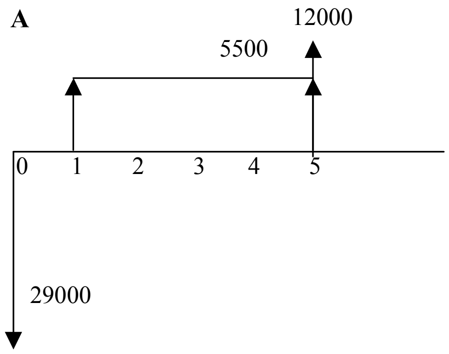
6.3.1 Το Πρόβλημα Αγοράς Αεροσκάφους

Η εταιρεία σας, *AEGEAN-AVIONICS*, προσπαθεί να αποφασίσει εάν θα αγοράσει ένα αεροσκάφος. Το αρχικό του κόστος είναι 29000 Ευρώ και η διαφορά μεταξύ εσόδων και εξόδων είναι 5500 Ευρώ ετησίως. Στο τέλος της πενταετίας, που είναι και ο χρονικός ορίζοντας της επιχείρησης, μπορεί να πουληθεί για 12000 Ευρώ. Φόροι και πληθωρισμός έχουν συμπεριληφθεί σε αυτά τα δεδομένα. Ο κατόπιν φόρων και πληθωρισμού ελάχιστος βαθμός απόδοσης της εταιρείας σας είναι 10%.

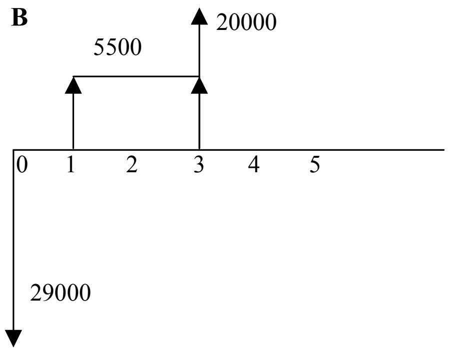
1. Συμφέρει την εταιρεία η αγορά του αεροσκάφους;
2. Όποια και αν είναι η απάντηση του (α), η εταιρεία σας αγοράζει το σκάφος. Μετά από δύο χρόνια, λαμβάνεται μια προσφορά των 20000 Ευρώ για το σκάφος. Θεωρώντας τις αρχικές σας προβλέψεις σωστές, θα το κρατούσατε ή θα το πουλούσατε;

Λύση:

1) Το διάγραμμα χρηματορροών για την αγορά του αεροσκάφους είναι το παρακάτω:



Διάγραμμα 6-6: Χρηματορροές αγοράς αεροσκάφους



Διάγραμμα 6-7: Χρηματορροές στην περίπτωση πώλησης του σκάφους

Εφαρμόζοντας τη μέθοδο της παρούσας αξίας υπολογίζουμε την παράσταση

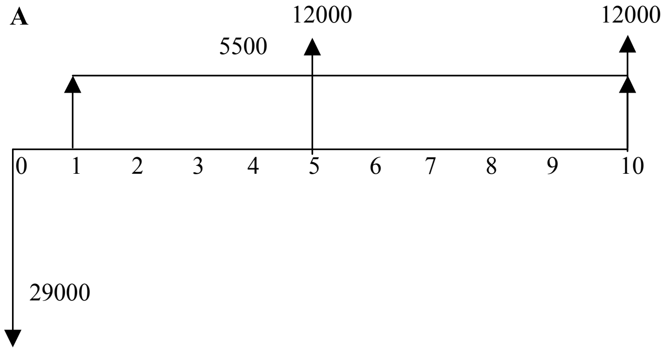
$$PW_1 = -29000 + 5500 * (P/A,10,5) + 12000 * (P/F,10,5)$$

$= -29000 + 5500 * (3.791) + 12000 * (0.621) = -29000 + 20850 + 7452 = -698$

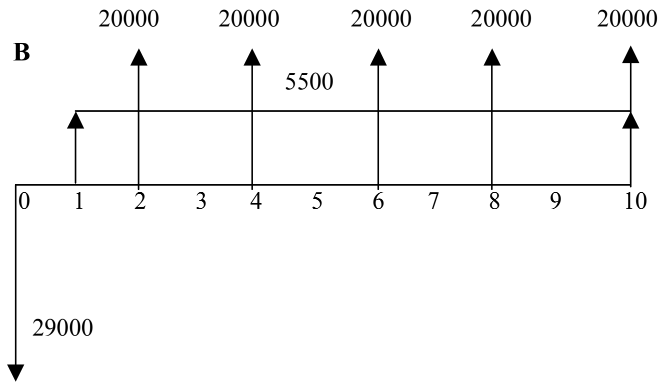
Όπως βλέπουμε, το αποτέλεσμα είναι αρνητικό, άρα η αγορά του σκάφους δεν κρίνεται σωστή.

2) Το Διάγραμμα 6-7 απεικονίζει τις χρηματορροές για την περίπτωση που η εταιρεία πουλάει το σκάφος στο τέλος της δεύτερης περιόδου.

Για να αποφασίσουμε αν πρέπει η εταιρεία να πουλήσει το σκάφος ή να το κρατήσει, στην ουσία πρέπει να συγκρίνουμε τις δύο λύσεις – Α και Β- με τη μέθοδο της παρούσας αξίας. Για να γίνει αυτό, όμως, πρέπει να εξισώσουμε του δύο οικονομικούς ορίζοντες. Έτσι, η Α πρέπει να επαναληφθεί μία φορά και η Β τέσσερις. Έχουμε, δηλαδή, τα εξής διαγράμματα:



Διάγραμμα 6-8: Χρηματορροές που έχουν αναχθεί στα 40 χρόνια για την εναλλακτική Α



Διάγραμμα 6-9: Χρηματορροές που έχουν αναχθεί στα 40 χρόνια για την εναλλακτική Β

Αφού πρόκειται να διαλέξουμε μία εκ των δύο, μια και η Α βρίσκεται ήδη σε λειτουργία, θα χρησιμοποιήσουμε οριακή ανάλυση. Έτσι,

$\Delta PW = PW_1 - PW_2 = (29000 - 29000) + 12000 * (P/F,10,5) + (12000 - 20000) * (P/F,10,10) - 20000 * [(P/F,10,2) + (P/F,10,4) + (P/F,10,6) + (P/F,10,8)] =$

$= 12000 * (0.621) + (-8{,}000) * (0.386) - 20000 * (0.826 + 0.683 + 0.564 + 0.467) = 7452 - 3088 - 50800 = -46436$

Το αποτέλεσμα είναι αρνητικό άρα η λύση Β είναι προτιμότερη, δηλαδή η εταιρεία <u>πρέπει να δεχτεί την προσφορά.</u>

6.3.2 Το Πρόβλημα Πώλησης Εκσκαφέα

Ακριβώς πριν τέσσερα χρόνια η εταιρεία σας, η «*ΑΚΡΟΛΙΘΟΣ-ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΙΚΗ*», αγόρασε έναν εκσκαφέα στην τιμή των 95000 Ευρώ. Τότε οι προβλεπόμενες χρηματορροές αυτής της αγοράς ήταν:

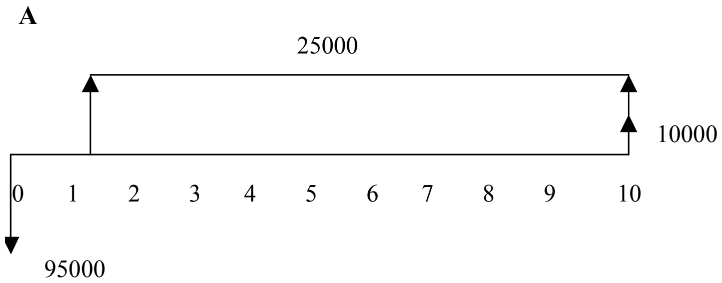
Έτος	Χρηματορροές
0	-95000 Ευρώ, Αρχικό κόστος
1-10	25000 Ευρώ, Έσοδα
10	+10000 Ευρώ, Αξία πώλησης

Πίνακας 6-5: Χρηματορροές αγοράς εκσκαφέα

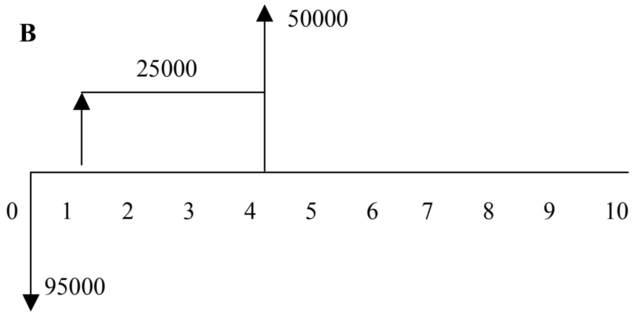
Η εταιρεία έχει λάβει μία προσφορά των 50000 Ευρώ για τον εκσκαφέα. Θα ήταν καλό για την εταιρεία να δεχτεί την προσφορά, αγνοώντας, για την ώρα, τον πιθανό πληθωρισμό και τους φόρους; Το κατάλληλο κόστος ευκαιρίας του κεφαλαίου είναι 15%. Όλες οι προβλέψεις που έγιναν πριν τέσσερα χρόνια ισχύουν ακόμη για το μέλλον.

Λύση:

Το διάγραμμα για το αρχικό σχέδιο καθώς και για το εναλλακτικό φαίνονται στη συνέχεια:

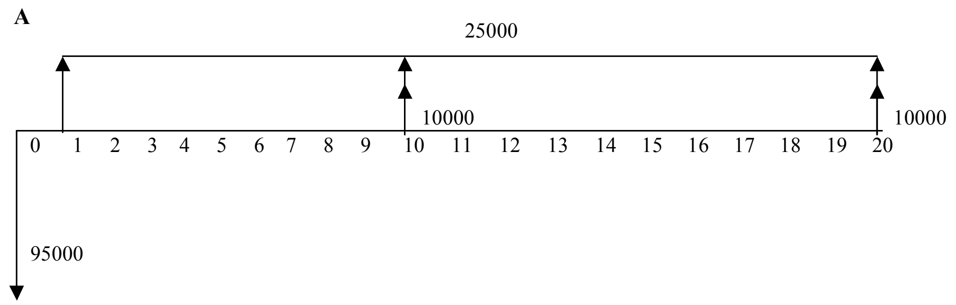


Διάγραμμα 6-10: Διάγραμμα αρχικού σχεδίου

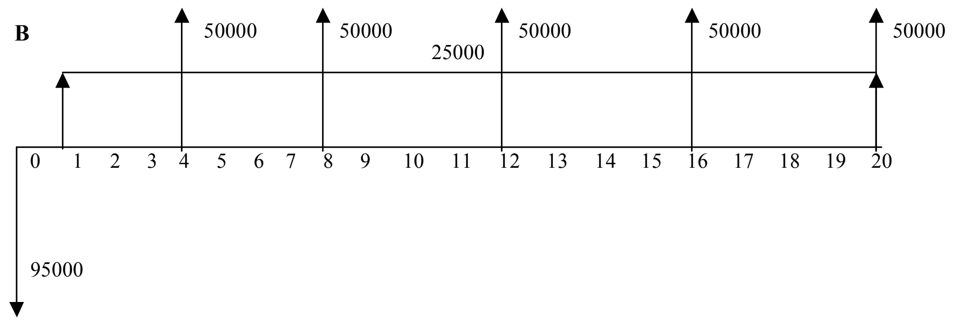


Διάγραμμα 6-11: Διάγραμμα εναλλακτικού σχεδίου

Επειδή θα επιλεγεί η μία από τις δύο λύσεις οπωσδήποτε, μια και η πρώτη είναι ήδη σε εφαρμογή, θα χρησιμοποιήσουμε οριακή ανάλυση στην εφαρμογή της μεθόδου της παρούσας αξίας. Για να δούμε αν θα επιλέξουμε τη Β ή θα παραμείνει η κατάσταση ως έχει, δηλαδή να συνεχιστεί η Α θα υπολογίσουμε την παρούσα αξία του Β-Α. Πρώτα, όμως, πρέπει να εξισώσουμε τους δύο οικονομικούς ορίζοντες. Έτσι, η Α θα επαναληφθεί μία φορά και η Β τέσσερις. Ακολουθούν τα διαγράμματα με τους νέους οικονομικούς ορίζοντες.



Διάγραμμα 6-12: Διάγραμμα νέων οικονομικών οριζόντων για αρχικό σχέδιο



Διάγραμμα 6-13: Διάγραμμα νέων οικονομικών οριζόντων για εναλλακτικό σχέδιο

Έτσι, έχουμε:

$\Delta PW = PW_{2\text{-}1} =$

$= (-95000) + 25000 * (P/A,15,20) - 25000 * (P/A,15,20) + 50000 * (P/F,15,4) + 50000 * (P/F,15,8) + 50000 * (P/F,15,12) + 50000 * (P/F,15,16) + (50000 - 10000) * (P/F,15,20) - 10000 * (P/F,15,10) =$

$= 50000 * (0.571 + 0.326 + 0.187 + 0.107) + 40000 * (0.061) - 10000 * (0.247)$

$= 59550 + 2440 - 2470 = 59520$

Το αποτέλεσμα είναι θετικό, άρα η λύση 2 είναι προτιμότερη, δηλαδή η εταιρεία πρέπει να δεχτεί την προσφορά.

6.3.3 Το Πρόβλημα των Υποτροφιών

Μια μεγάλη εφοπλιστική οικογένεια επιθυμεί να καθιερώσει την παροχή 4 υποτροφιών για τους φοιτητές του τοπικού πανεπιστημίου στη Χίο για τα επόμενα 20 χρόνια. Κάθε τετράδα παρεχόμενων υποτροφιών θα ισχύει για τέσσερα χρόνια. Έπειτα, μια άλλη ομάδα από τέσσερις φοιτητές θα χρηματοδοτείται, και ούτω καθεξής μέχρι να ολοκληρωθούν τα 20 χρόνια. Ο επόμενος πίνακας παρουσιάζει τα έξοδα για τις υποτροφίες.

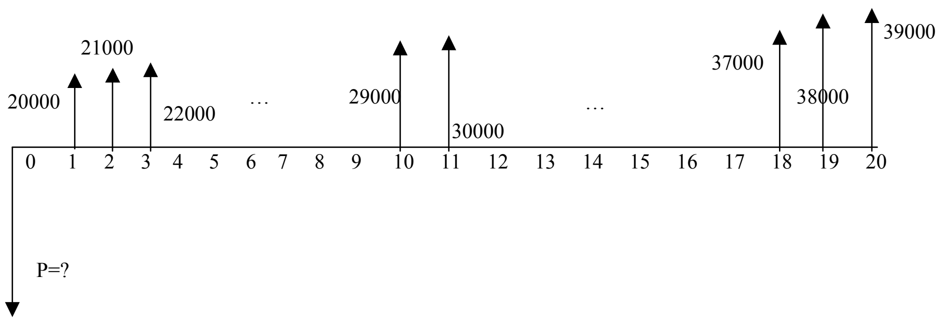
Έτος/Υποτροφία	1	2	3	4
1	5000	5000	5000	5000
2	5250	5250	5250	5250
3	5500	5500	5500	5500
4	5750	5750	5750	5750
5	6000	6000	6000	6000
6	6250	6250	6250	6250
7	6500	6500	6500	6500
…	….	…	…	…
…	….	…	…	…
…	…	…	…	…
20	9750	9750	9750	9750

Πίνακας 6-6: Πίνακας εξόδων για υποτροφίες (ποσά σε χιλ. Ευρώ)

Κάθε χρόνο υπάρχουν 250 Ευρώ επιπλέον για να αντισταθμιστεί η αύξηση του πληθωρισμού. Πόσα χρήματα θα χρειαστεί να δώσει στο πανεπιστήμιο η εφοπλιστική οικογένεια, εάν το ασφαλιστήριο μπορεί να επενδυθεί με ονομαστικό επιτόκιο 11.4%, ανατοκιζόμενο κάθε μήνα, χωρίς φόρους;

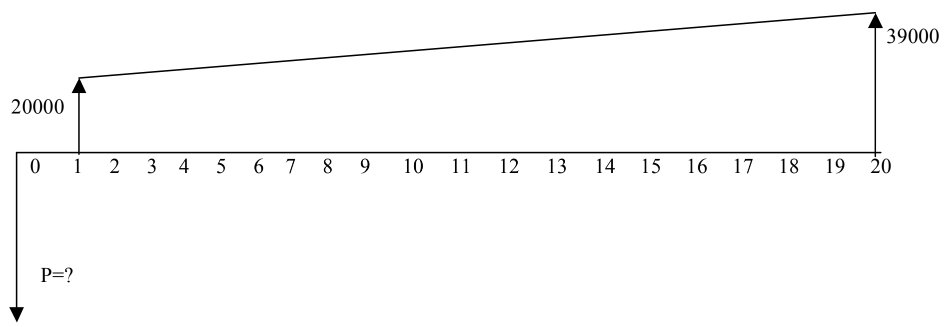
Λύση:

Το χρονοδιάγραμμα εξόδων της παραπάνω επένδυσης φαίνεται στο επόμενο διάγραμμα:



Διάγραμμα 6-14: Χρονοδιάγραμμα της επένδυσης

Κάθε χρονιά, δηλαδή, προσθέτουμε τα ποσά των επιμέρους υποτροφιών και έχουμε τις συνολικές απολαβές για κάθε έτος. Για να υπολογίσουμε το ποσό που χρειάζεται να επενδυθεί από τον δωρητή, πρέπει να υπολογίσουμε την παρούσα αξία αυτών των απολαβών. Έτσι, σύμφωνα με το επόμενο ισοδύναμο διάγραμμα, έχουμε:



Διάγραμμα 6-15: Ισοδύναμο διάγραμμα

$$PV = 20000 * (P/A,\ i,\ 20) + 1000 * (P/G,\ i,\ 20) =$$
$$= 20000 * (7.74) + 1000 * (47.66) =$$
$$= 154800 + 47660 =$$
$$= 202460 \text{ Ευρώ}$$

Άρα, η συγκεκριμένη εφοπλιστική οικογένεια, πρέπει να προσφέρει στο πανεπιστήμιο 202460 Ευρώ.

Κεφάλαιο

7

Ετήσια Αξία

7.1 Εισαγωγή

Η μέθοδος της ετήσιας αξίας έχει το μεγάλο πλεονέκτημα να γίνεται αμέσως κατανοητή με μια απλή ανάγνωση από μη ειδικούς. Απλά σημαίνει ετήσιο κέρδος στην περίπτωση όπου η ετήσια αξία είναι θετική και ετήσια ζημία στην περίπτωση που είναι αρνητική. Όπως στη μέθοδο της παρούσας αξίας, η χρήση της δεν απαιτεί πολύπλοκους χειρισμούς και γι αυτό ο προγραμματισμός της σε ηλεκτρονικούς υπολογιστές είναι σχετικά απλός. Επειδή οι πληροφορίες που συλλέγονται από λογιστικές καταχωρήσεις έχουν συνήθως ετήσιο χρονικό ορίζοντα, η μέθοδος αυτή χρησιμοποιεί δεδομένα με τις ελάχιστες δυνατές αλλαγές. Το μειονέκτημά της είναι η «ακαμψία» της όταν τα ετήσια κόστη και έσοδα δεν είναι σταθερά κάθε χρόνο, πράγμα που θα γίνει εμφανές στο επόμενο κεφάλαιο.

Το ερώτημα που γεννάται είναι, γιατί να χρησιμοποιείται ο όρος «ετήσια αξία» όταν όροι όπως «κέρδος» και «ζημία» μπορούν εξ' ίσου να χρησιμοποιηθούν; Ο λόγος είναι ότι η ετήσια αξία περιλαμβάνει μέσα στα όριά της και μια άλλη έννοια - την «ομοιομορφία». Όταν μιλάμε για ετήσια αξία εννοούμε ομοιόμορφη ετήσια αξία, που σημαίνει ότι πέραν της χρονικής περιόδου στην οποία αναφερόμαστε, το κέρδος και η ζημία θα είναι σταθερά από έτος σε έτος. Συχνά τα παραπάνω εκφράζονται ως εξής: Ισοδύναμο Ομοιόμορφο Ετήσιο Όφελος (ΙΟΕΟ) ή Κόστος (ΙΟΕΚ).

Αν και η ετήσια αξία μπορεί να περιγραφεί σ' ένα πρώτο επίπεδο με βάση την έννοια του κέρδους ή της ζημίας, υπάρχει επίσης μια άλλη έννοια, αυτή της ετήσια αξίας που δεν μεταφέρει την έννοια του επιθυμητού (κέρδος) και του αποφευκταίου (ζημία). Ένα ισοδύναμα ομοιόμορφο ετήσιο κόστος μπορεί απλά να είναι ένας τρόπος έκφρασης του κόστους μιας εφ' άπαξ επένδυσης σε ετήσιο ή, γενικότερα περιοδικό χρονικό ορίζοντα. Για παράδειγμα, αγοράζει κάποιος ένα ψυγείο χωρίς άμεση πληρωμή, αλλά σε συμφωνία με τον πωλητή υποχρεούται να πληρώνει ένα συγκεκριμένο ποσό κάθε μήνα. Το εφ' άπαξ κόστος, δηλαδή το συνολικό κόστος μετρητοίς του ψυγείου, έχει αντικατασταθεί από μια μηνιαία αποπληρωμή - που για τον αγοραστή μεταφράζεται σαν ένα περιοδικό κόστος που συνεπάγεται η αγορά του ψυγείου. Προσέξτε ότι αυτό το περιοδικό κόστος δεν λογίζεται σαν «ζημιά».

Ως εργαλείο λήψης αποφάσεων, η μέθοδος ετήσιας αξίας, χρησιμοποιεί τη σύγκριση μεταξύ ετησίων αξιών διαφορετικών τρόπων δράσης για να αποφασιστεί ποιος θα προτιμηθεί. Εάν υπάρχουν δυο διαφορετικές δυνατότητες επένδυσης, θα προτιμηθεί εκείνη με την μεγαλύτερη ετήσια αξία. Μ' άλλα λόγια, θα δεχθούμε την εναλλακτική εκείνη λύση της οποίας η διαφορά μεταξύ του ετήσιου οφέλους και του ετήσιου κόστους είναι μεγαλύτερη. Εάν έχουμε να κάνουμε μόνο με ετήσια κόστη, που πρακτικά σημαίνει ότι τα ετήσια οφέλη κάθε τρόπου δράσης είναι τα ίδια, τότε θα διαλέξουμε εκείνη την εναλλακτική λύση της οποίας το ετήσιο κόστος είναι μικρότερο. Ας υποθέσουμε για παράδειγμα, ότι προσπαθούμε να διαλέξουμε μεταξύ δυο αυτοκινήτων των οποίων τα οφέλη σε σχέση μ' εμάς είναι τα ίδια, δηλαδή εμφάνιση, μηχανικές επιδόσεις, κατανάλωση καυσίμου, κ.α. Θα βασίσουμε την απόφασή μας στην διαφορά του περιοδικού κόστους μεταξύ των δυο μοντέλων. Θα διαλέξουμε δηλαδή εκείνο με τις χαμηλότερες δόσεις αποπληρωμής.

7.2 Ανάλυση Ετήσιας Αξίας

Η ετήσια αξία, όπως προαναφέρθηκε, είναι η διαφορά μεταξύ του ετήσιου οφέλους (εσόδου) και του ετήσιου κόστους. Συμβολικά :

$$AW = B_A - C_A$$

όπου B_A είναι το ετήσιο όφελος και C_A είναι το ετήσιο κόστος. Ως εργαλείο λήψης απόφασης παίρνει τη μορφή :

$$B_A - C_A \geq 0 \qquad (1)$$

Ως εναλλακτική πρόταση έχουμε :

$$B_1 = B_2 = \ldots = B_N = B_A$$

$$C_1 = C_2 = \ldots = C_N = C_A$$

Τελικά επιλέγεται η εναλλακτική για την οποία η ποσότητα B_A - C_A είναι μεγαλύτερη.

Για να χρησιμοποιήσουμε τον τύπο της εξίσωσης (1), πρέπει να μετασχηματίσουμε όλες τις εφ' άπαξ καταβολές ή οφέλη σε ισοδύναμες ομοιόμορφες περιοδικές καταβολές ή οφέλη, χρησιμοποιώντας τον μετασχηματιστή ανάκτησης κεφαλαίου *(A/P,i,N)*.

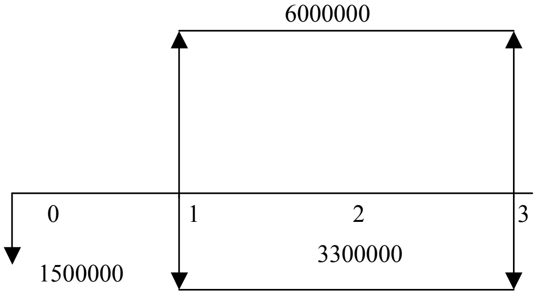
Η διαδικασία αυτή φαίνεται στο επόμενο παράδειγμα .

Παράδειγμα:

Σκεφτόμαστε να πραγματοποιήσουμε μια επένδυση σε κατάστημα με αυτόματα πλυντήρια. Τα πλυντήρια και τα στεγνωτήρια θα κοστίσουν 1500000 Ευρώ και θα τα κρατήσουμε για 3 χρόνια χωρίς ουσιαστική αξία μεταπώλησης μετά το πέρας αυτής της περιόδου. Το ενοίκιο, η εργασία των υπαλλήλων και η συντήρηση θα πλησιάσουν τα 3300000 Ευρώ ετησίως. Τα συνολικά έσοδα εκτιμώνται σε 6000000 Ευρώ το χρόνο. Ο χρονικός ορίζοντας της επιχείρησης είναι 3 χρόνια. Το κόστος ευκαιρίας κεφαλαίου για μια επένδυση με ρίσκο είναι 20% πριν από τους φόρους. Προς το παρόν αγνοούνται τα πληθωριστικά αποτελέσματα ως παράγοντας για τη λήψη της απόφασης. Θα έπρεπε ή όχι να γίνει η επένδυση;

Λύση:

Παρατηρούμε ότι το κόστος κεφαλαίου της ευκαιρίας πρέπει να είναι γνωστό προκειμένου να λυθεί το πρόβλημα. Το διάγραμμα χρηματορροών φαίνεται παρακάτω:



Διάγραμμα 7-1: Χρηματορροές επένδυσης

Όλα τα έσοδα είναι εκφρασμένα σε ετήσια ποσά εκτός από αυτό της καταβολής που λαμβάνει χώρα στη χρονική στιγμή μηδέν. Το άλλο κόστος, τα 6000000 Ευρώ, είναι μια ετήσια πληρωμή. Το πρόβλημα συνεπώς είναι να μετασχηματίσουμε το 1500000 Ευρώ από κόστος που πληρώνεται μια φορά σε ετήσιο κόστος, προσθέτοντας παράλληλα τους κατάλληλους τόκους. Αυτό γίνεται με τον μετασχηματιστή ανάκτησης κεφαλαίου A/P:

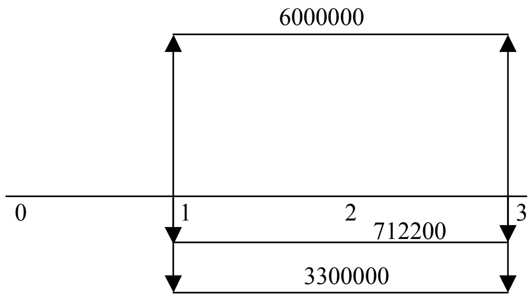
(Ετήσιο κόστος) = (Κόστος επένδυσης) x (Μετασχηματιστής ανάκτησης κεφαλαίου)

$$A = P * (A/P,i,N)$$

$$\mathrm{A} = 1500000 * (A/P,20,3)$$

$$\mathrm{A} = 1500000 * (0.47473\ ) = 712200$$

Τα συνολικά ετήσια έσοδα είναι 6000000 Ευρώ και τα συνολικά ετήσια κόστη είναι το άθροισμα των 3300000 και των 712200 δηλ. 4012200 Ευρώ. Η ετήσια αξία είναι 1987800 Ευρώ και αντιπροσωπεύει το καθαρό κέρδος κατ' έτος.



Διάγραμμα 7-2: Διάγραμμα ετησίου κόστους για την επένδυση

7.3 Ετήσια Ανάλυση Κόστους

Μια ειδική περίπτωση ανάλυσης ετήσιας αξίας είναι αυτή όπου έχουμε μόνο κόστη. Το πρόβλημα λύνεται πάλι εκφράζοντας τα κόστη σαν ετήσια ποσά.

Παράδειγμα:

Έστω ότι έχουμε αγοράσει ένα αυτοκίνητο αξίας 3150 Ευρώ σε μετρητά. Θέλουμε να το κρατήσουμε για 8 χρόνια και μετά να το παραχωρήσουμε (έστω σε κάποιο συγγενικό πρόσωπο χωρίς πληρωμή). Το κόστος κεφαλαίου είναι 10%. Ποιο θα είναι το ισοδύναμο ετήσιο ομοιόμορφο κόστος του αυτοκινήτου;

Λύση:

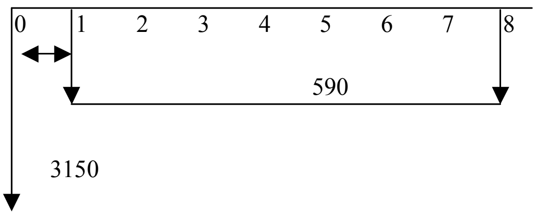
Τα 3150 Ευρώ είναι μια στιγμιαία πληρωμή στην χρονική στιγμή μηδέν που πρέπει να μετατραπεί σε ομοιόμορφο ετήσιο κόστος (Διάγραμμα 7-3). Αυτό επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας τον δείκτη ανάκτησης κεφαλαίου.

$$A = P * (A/P,i,N)$$

$$A = 3150 * (A/P,10,8)$$

$$A = 3150 * (0.18744)$$

$$A = 590.4$$



Διάγραμμα 7-3: Ισοδύναμο ομοιόμορφο ετήσιο κόστος (ΙΟΕΚ) για ένα αυτοκίνητο

Το αυτοκίνητο δηλαδή είναι σαν να μας κοστίζει 590.4 Ευρώ το χρόνο. Αυτό το κόστος είναι στην πραγματικότητα το κόστος της ευκαιρίας που πληρώνεται δεσμεύοντας 3150 Ευρώ στην αγορά ενός αυτοκινήτου και μη επενδύοντας το ποσό π.χ στην τράπεζα με 10% απόδοση. Συχνά οι υπολογισμοί του ετήσιου κόστους είναι οι μόνοι που πρέπει να γίνουν γιατί τα έσοδα (ή γενικότερα οφέλη) είναι τα ίδια σε όλες τις εναλλακτικές.

7.4 Αξία Μεταπώλησης

Αξία μεταπώλησης είναι το ποσό στο οποίο ένα περιουσιακό στοιχείο μπορεί να πωληθεί όταν έχει τελειώσει η οικονομική του ζωή για τον παρόντα ιδιοκτήτη του. Δύο γενικά, μέθοδοι υπολογισμού της αξίας μεταπώλησης υπάρχουν στα πλαίσια της μεθόδου ετήσιας αξίας. Η πρώτη απαιτεί την αξία μεταπώλησης S να λογίζεται σαν μέρος της αρχικής επένδυσης το οποίο θα επιστραφεί στο τέλος της ζωής της επένδυσης. Γι αυτό η αξία μεταπώλησης προσθέτει στο ετήσιο κόστος τον ετήσιο τόκο επ' αυτού. Η όλη ιδέα μπορεί να φανεί καθαρά στον τύπο του ετήσιου κόστους:

$$\text{Ετήσιο κόστος} = (P\text{-}S) * (A/P,i,N) + S * i \qquad (2)$$

Η αναλογία του κόστους επένδυσης που χρησιμοποιείται ως είχε είναι το (P-S) και το τοκιζόμενο κεφάλαιο και ο τόκος πρέπει να υπολογιστούν εκεί πάνω. Παρατηρούμε ότι και τα δυο μέρη του δεξιού μέλους της εξίσωσης είναι κόστη, και για το σκοπό της εξίσωσης αυτής αναφέρονται ως θετικές ποσότητες.

Ένας άλλος τρόπος χειρισμού της αξίας μεταπώλησης στους υπολογισμούς της ετήσιας αξίας προκύπτει παρατηρώντας ότι η επένδυση μπορεί να εκφραστεί σαν ετήσιο κόστος, πολλαπλασιάζοντας με τον μετασχηματιστή ανάκτησης κεφαλαίου. Μ' άλλα λόγια, το κόστος επένδυσης μπορεί να «διαχυθεί» στο σύνολο της ζωής ενός περιουσιακού στοιχείου. Η αξία μεταπώλησης, η οποία εμφανίζεται τώρα με αρνητικό πρόσημο, γιατί μειώνει το ετήσιο κόστος, μπορεί να διαχυθεί παρελθοντικά στη ζωή ενός στοιχείου πολλαπλασιάζοντας τη με τον μετασχηματιστή A/F:

$$\text{Ετήσιο κόστος} = P * (A/P,i,N) - S * (A/F,i,N) \qquad (3)$$

Και οι δύο αυτές εξισώσεις για το ετήσιο κόστος θα δώσουν το ίδιο αποτέλεσμα.

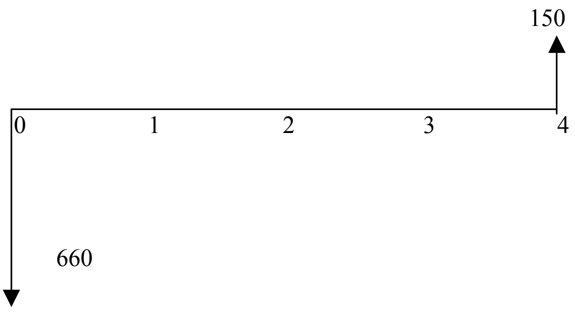
Η αξία μεταπώλησης είναι γνωστή στη βιβλιογραφία και ως «υπολειμματική αξία». Δεν είναι δεδομένη αξία, οριζόμενη ως αρχικό κόστος συσσώρευσης με την ελάχιστη υποτίμηση, γιατί μια τέτοια αξία είναι απλά ένας αριθμός που αναφέρεται στα λογιστικά βιβλία και αντιπροσωπεύει (αν και συχνότερα συμβαίνει το αντίθετο) την ονομαστική αξία του στοιχείου. Η ονομαστική αξία έχει άλλες χρήσεις που θα φανούν στο κεφάλαιο που αναφέρεται στη φορολογία εισοδήματος.

Παράδειγμα:

Ποιο είναι το ετήσιο κόστος μιας ραπτομηχανής της οποίας η τιμή αγοράς είναι 660 Ευρώ και η τιμή μεταπώλησης 150 Ευρώ μετά από οικονομική ζωή 4 ετών; Η ραπτομηχανή χρησιμοποιείται από μια εταιρεία ρουχισμού με κόστος κεφαλαίου ευκαιρίας 25% προ φόρων μη λαμβάνοντας υπ' όψη τον πληθωρισμό.

Λύση:

Το Διάγραμμα 7-4 δείχνει την όλη κατάσταση



Διάγραμμα 7-4: Το παράδειγμα της ραπτομηχανής

Η σχέση (2) θα χρησιμοποιηθεί πρώτη :

$$\text{Ετήσιο κόστος} = (P\text{-}S) * (A/P,i,N) + S * i =$$
$$= (660-150) * (A/P,25,4) + 150 * (0.25) =$$
$$= 510 * (0.42344) + 150 * (0.25) =$$
$$= 253.5$$

7.5 Άνισοι Χρόνοι Ζωής: Το Μεγάλο Πλεονέκτημα της Ετήσιας Αξίας

Η μέθοδος της ετήσιας αξίας έχει ένα μεγάλο πλεονέκτημα σε σχέση με τις άλλες μεθόδους: Αποφεύγει την διαδικασία τεχνητής επανάληψης του οικονομικού ορίζοντα της επένδυσης σε περιπτώσεις σύγκρισης εναλλακτικών άνισης οικονομικής ζωής.

Ας θυμηθούμε άτι η λογική τυποποίηση της σύγκρισης μεταξύ αμοιβαία αποκλειόμενων εναλλακτικών, προϋποθέτει ίσες οικονομικές ζωές επένδυσης. Είδαμε ότι όταν οι οικονομικές ζωές δεν είναι ίσες, πρέπει να επέλθει ισότητά τους επαναλαμβάνοντας τα χρηματο-χρονοδιαγράμματα και των δυο εναλλακτικών, ή παρουσιάζοντας μια εικονική αξία μεταπώλησης. Αυτό γίνεται χωρίς καμιά υπόθεση ότι εμείς πραγματικά σχεδιάζουμε την αγορά του ίδιου υλικού στην ίδια τιμή.

Αυτό που κάνουμε εμείς είναι απλά να θέσουμε μια συνθήκη που θα ικανοποιεί τις λογικές αναγκαιότητες της μαθηματικής λύσης. Παράλληλα η ετήσια αξία δεν παραβιάζει την θεώρηση των ίσων χρόνων ζωής. Αντίθετα βασίζεται σε αυτή. Η μέθοδος δεν μπορεί να αποστασιοποιηθεί από αυτή την υπόθεση – γεγονός που όπως θα δούμε πιο κάτω καθιστά αδύνατη τη χρήση της σε προβλήματα προϋπολογισμών κεφαλαίων.

Ένα απλό παράδειγμα δίνεται για να ξεκαθαριστεί το τελευταίο αυτό σημείο.

<u>Παράδειγμα αγοράς φορτηγού κατασκευαστικής εταιρείας:</u>

Μια κατασκευαστική εταιρεία ενδιαφέρεται να αγοράσει ένα φορτηγό. Τα δεδομένα είναι στον ακόλουθο πίνακα:

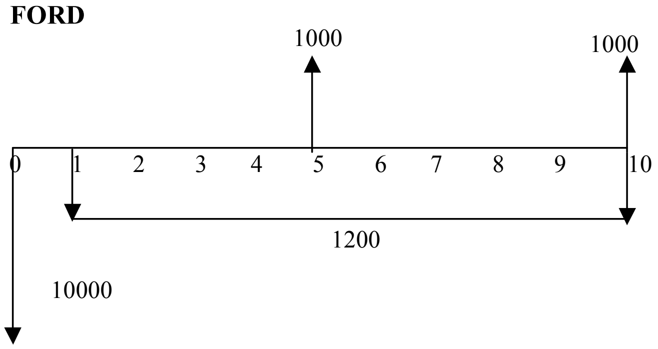
	Mercedes – Benz	Ford
Κόστος (Ευρώ)	15000	10000
Ετήσια συντήρηση (Ευρώ)	1000	1200
Οικονομική ζωή (έτη)	10	5
Αξία μεταπώλησης (Ευρώ)	1500	1000

Πίνακας 7-1: Πίνακας δεδομένων για τις 2 εναλλακτικές

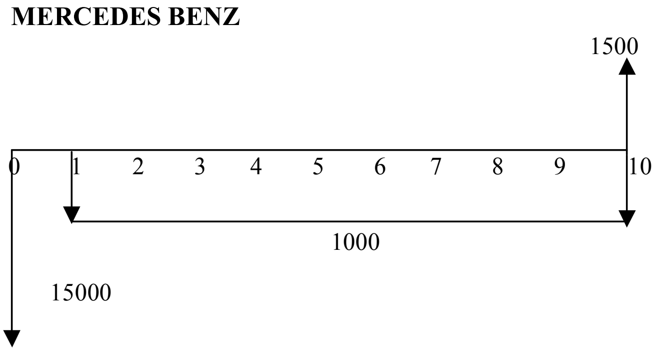
Το κόστος ευκαιρίας του κεφαλαίου για την εταιρεία είναι 25 %. Ποια λύση πρέπει να επιλεγεί ;

Λύση:

Στα Διαγράμματα 7-5 και 7-6 φαίνονται οι χρηματορροές για 10 έτη.



Διάγραμμα 7-5: Χρηματορροές για το Ford για 10 χρόνια



Διάγραμμα 7-6: Χρηματορροές για το Mercedes Benz για 10 χρόνια

Η οικονομική ζωή για το Ford εμφανίζεται δύο φορές ενώ για το Mercedes - Benz μία. Επειδή τα οφέλη δεν διαφέρουν μια και οι δύο μάρκες κάνουν την δουλειά το ίδιο καλά, δεν λαμβάνονται υπόψιν. Επομένως, μια λύση με ετήσια αξία είναι αποδεκτή. Για τον πρώτο κύκλο του Ford η ετήσια αξία είναι :

$AC_1 = (10000 - 1000) * (A/P,25,5) + 1000 * (0.25) + 1200 = 9000 * (0.37185) + 1000 * (0.25)$

+1200 = 3346.7 + 250 + 1200 = 4796.7 Ευρώ

Για τον δεύτερο κύκλο έχουμε :

AC_2 = (10000 - 1000) ∗ (A/P,25,5) +1000 ∗ (0.25) + 1200 = 4796.7 Ευρώ

Παρατηρούμε ότι είναι ακριβώς ο ίδιος με τον πρώτο κύκλο. Το κόστος του πρώτου και του δεύτερου κύκλου είναι ακριβώς το ίδιο. Εξαιτίας του γεγονότος αυτού, δεν μας χρειάζεται να υπολογίσουμε το κόστος του δεύτερου κύκλου ή να γράψουμε την εξίσωσή του ή ακόμα και να σχεδιάσουμε την χρηματορροή του.

Η ετήσια αξία για το Mercedes - Benz είναι :

AC = (15000 - 1500) ∗ (A/P,25,10) +1500 ∗ (0.25) + 1000 =

= 13500 ∗ (0.28007) + 375 + 1000

= 3781 + 1375 = 5156 Ευρώ

Άρα, επιλέγεται το Ford.

Αυτό που θέλουμε να δείξουμε με το παράδειγμα αυτό είναι ότι με την μέθοδο της ετήσιας αξίας, οι ζωές των εναλλακτικών δεν χρειάζεται να εξισωθούν. Υποχρεωτικό είναι μόνο να υπολογιστεί η ετήσια αξία του πρώτου κύκλου κάθε εναλλακτικής λύσης.

7.6 Οριακή Ανάλυση στην Ετήσια Αξία

Η οριακή ανάλυση δουλεύει το ίδιο καλά για την ετήσια αξία όπως και με τις υπόλοιπες μεθόδους, αλλά είναι πιο δύσκολο να την χειριστούμε από ότι είναι η ανάλυση χρηματορροών, διότι οι ζωές των εναλλακτικών πρέπει να εξισωθούν πριν την σύγκριση. Έτσι η μέθοδος της ετήσιας αξίας χάνει το βασικό της πλεονέκτημα. Αυτό φαίνεται καλύτερα με ένα παράδειγμα :

Παράδειγμα σύγκρισης αντλιών νερού:

Θέλουμε να συγκρίνουμε δύο τύπους δαπανηρών αντλιών νερού για τον σχεδιασμό ενός συστήματος επεξεργασίας και καθαρισμού νερού μιας πόλης. Οι δύο τύποι που συγκρίνουμε έχουν τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

	GOLDMAN	WATERS
Διάρκεια ζωής (έτη)	15	20
Αρχικό κόστος (Ευρώ)	70000	100000
Ετήσιο κόστος συντήρησης (Ευρώ)	8000	5000
Κέρδος εξοικονόμησης νερού (Ευρώ / έτος)	7000	10000

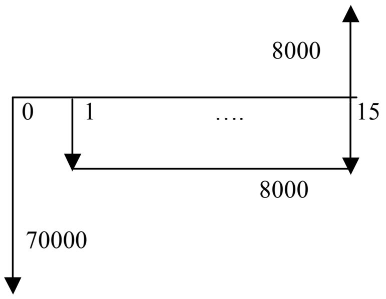
Πίνακας 7-2: Χαρακτηριστικά αντλιών νερού

Το κόστος ευκαιρίας είναι 10 %. Θεωρήστε φόρους αμελητέους. Με χρήση της μεθόδου ετήσιου κόστους ποιο μοντέλο πρέπει να επιλεγεί;

Λύση:

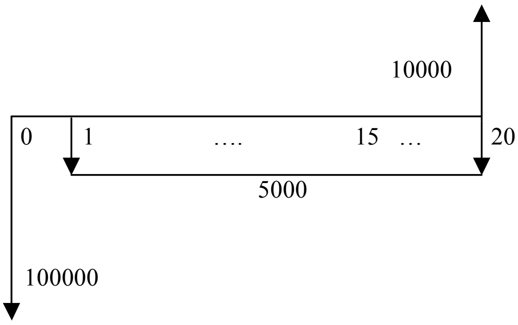
Οι δύο εναλλακτικές φαίνονται στα ακόλουθα Διαγράμματα 7-7 ως 7-10:

GOLDMAN



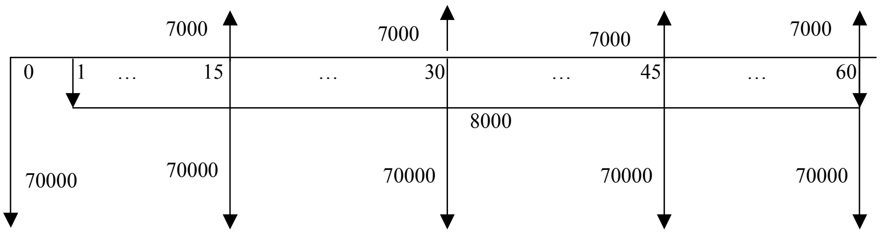
Διάγραμμα 7-7: Χρηματορροές για τις αντλίες GOLDMAN

WATERS



Διάγραμμα 7-8: Χρηματορροές για τις αντλίες WATERS

GOLDMAN

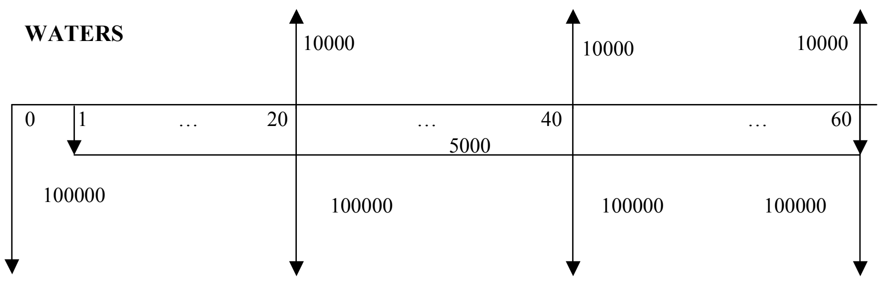


Διάγραμμα 7-9: Χρηματορροές για τις αντλίες GOLDMAN για 60 χρόνια

Υπολογίζοντας ξεχωριστά τις ετήσιες αξίες, εδώ ετήσια κόστη, έχουμε :

$AC\ (GOLDMAN) = (P\text{-}L) * (A/P,i,N) + S * i + MC$ = (70000 - 7000) $*$ $(A/P,10,15)$ + 7000 $*$ (0.10) +8000 = 63000 $*$ (0.13147) + 700 + 8000 = 16982 Ευρώ

$AC\ (WATERS) = (P - L) * (A/P,i,N) + S * i + MC$ = (100000 - 10000) $*$ $(A/P,10,20)$ +10000 $*$ (0.10) +5000 = 90000 $*$ (0.11746) + 1000 + 5000 = 16571 Ευρώ



Διάγραμμα 7-10: Χρηματορροές για τις αντλίες WATERS για 60 χρόνια

Επιλέγουμε την WATERS καθότι το ετήσιό της κόστος είναι μικρότερο από της GOLDMAN. Παρατηρούμε βέβαια ότι έχουμε κάνει οριακή επιλογή μια και η διαφορά των ετησίων κοστών είναι μικρή. Αν θέλαμε να πάρουμε την οριακή ανάλυση από την αρχή, θα έπρεπε να εξισώσουμε τις ζωές. Το οριακό διάγραμμα χρηματορροών είναι πολύ δύσκολο να υπολογιστεί και για αυτόν τον λόγο, οι αναλυτές αποφεύγουν την οριακή ανάλυση στην ετήσια αξία. Είναι πολύ πιο εύκολο να υπολογίσουμε την παρούσα αξία της κάθε πληρωμής, να τις αθροίσουμε αλγεβρικά και να τις απλώσουμε χρησιμοποιώντας τον μετασχηματιστή ανάκτησης κεφαλαίου. Αυτή η διαδικασία είναι και ο λόγος για τον οποίο προτιμάται η μέθοδος της παρούσας αξίας για τέτοιου είδους χρηματορροές.

$$PW = -30000 + (70000-7000) * [(P/F,10,15) + (P/F,10,30) + (P/F,10,45)] - (100000 - 10000) * [(P/F,10,20) + (P/F,10,40)] + 3000 * (P/F,10,60) =$$

$$= -30000 + 63000 * (0.2394 + 0.0573 + 0.013) - 90000 * (0.1486 + 0.0221) + 3000 * (0.0033) =$$

$$= -30000 + 63000 * (0.3097) - 90000 * (0.1707) + 9.9 =$$

$$= -30000 + 19511.1 - 15363 + 9.9 = 19521 - 45363 = -25842 \text{ Ευρώ}$$

Τώρα είναι δυνατόν να απλώσουμε την παρούσα αξία και να της προσθέσουμε το ετήσιο όφελος των 3000 Ευρώ.

$AC = -25842 * (A/P,10,60) + 3000 = -25842 * (0.10033) + 3000 = -2592.73 + 3000 = 407.27$

Έτσι επισημάναμε ότι η ξεχωριστή σύγκριση των ετησίων κοστών βασίζεται σε ίσες ζωές και ακολουθεί την αρχή της οριακής ανάλυσης.

7.7 Συνεχείς / Άπειρες Ζωές στην Ετήσια Αξία

Όπως και στην ανάλυση της παρούσας αξίας, οι επενδύσεις «συνεχούς» (perpetual) ζωής υπό το πρίσμα της μεθόδου της ετήσιας αξίας, χρησιμοποιούν τους ίδιους τύπους :

$$A = P * i$$

Το ετήσιο κόστος μιας επένδυσης με άπειρη ζωή είναι Α, δεδομένου ότι P είναι το αρχικό κόστος. Ο συντελεστής ανάκτησης κεφαλαίου $(A/P, i, \infty)$ είναι ίσος με i. Αν θεωρήσουμε το A ως τον βαθμό απόδοσης της επένδυσης του P, η ετήσια αξία της επένδυσης είναι :

$$P * i$$

Με άλλα λόγια, το A είναι το ίδιο είτε το θεωρήσουμε ως όφελος, είτε σαν ετήσιο κόστος ευκαιρίας.

Παράδειγμα:

Αν θεωρήσουμε αμελητέους φόρους και πληθωρισμό, τι ποσό αναμένουμε να πάρουμε συνεχώς ανά έτος αν καταθέσουμε 1000000 Ευρώ με τόκο 15% ; (Σημ.: εδώ Α = όφελος)

Comment [x1]:

Λύση:

$A = P * i = (1000000) * (0.15) = 150000$ Ευρώ / έτος.

Παράδειγμα:

Το άνοιγμα ενός νέου δρόμου σε μια δύσβατη και απομακρυσμένη αγροτική περιοχή της Κρήτης θα κοστίσει 9700000 Ευρώ. Υπολογίζεται ότι 60 % του ποσού θα κοστίσουν τα βασικά έργα ανοίγματος του δρόμου, 20% τα έργα καθαρισμού της επιφάνειας του και 20% τα έργα αποστράγγισης των υδάτων που βρίσκονται στο έδαφος. Τα βασικά έργα έχουν άπειρη ζωή, ο καθαρισμός της επιφάνειας του εδάφους έχει ζωή 10 ετών και τα έργα αποστράγγισης έχουν ζωή 20 ετών. Το κόστος συντήρησης ανά έτος υπολογίζεται σε 100000 Ευρώ. Αν θεωρήσουμε ικανοποιητικό βαθμό απόδοσης το 10% πόσο είναι το αναμενόμενο ετήσιο κόστος του δρόμου; Θεωρήστε αμελητέα επίδραση του πληθωρισμού και μηδέν φόρους μια και το έργο είναι δημόσιο. (Σημ. εδώ Α = ετήσιο κόστος)

Λύση:

Ο υπολογισμός των ετήσιων ποσών κόστους κατά εργασία και ο υπολογισμός του συνολικού ετήσιου κόστους φαίνονται στον παρακάτω πίνακα :

	Αρχικό κόστος (Ευρώ)	Ν	*(A/P,10,N)*	Ετήσιο κόστος (Ευρώ)
Βασικό έργο	5820000	∞	0.10000	582000
Καθάρισμα επιφάνειας	1940000	10	0.16275	315735
Αποστράγγιση	1940000	0	0.11746	227872
Συντήρηση				100000
			ΣΥΝΟΛΟ :	1225607

Πίνακας 7-3: Ετήσια κόστη κατά εργασία για το νέο δρόμο στην ορεινή Κρήτη

Βλέπουμε ότι το αναμενόμενο ετήσιο κόστος είναι 1225607 Ευρώ.

7.8 Σύνοψη

Η ετήσια αξία μπορεί να θεωρηθεί σαν κέρδος ή ζημιά όπου έχουμε να κάνουμε με οφέλη και με κόστη ταυτόχρονα. Αν έχουμε μόνο κόστη τότε έχουμε την μέθοδο του ετησίου κόστους. Το κριτήριο επιλογής είναι είτε το μεγαλύτερο ετήσιο κέρδος, είτε το μικρότερο ετήσιο κόστος. Σε περίπτωση που έχουμε άνισες ζωές, είναι προτιμότερο να χρησιμοποιήσουμε την μέθοδο ετήσιας αξίας. Η υπόθεση ότι οι ζωές είναι ίσες υπάρχει σιωπηρά μέσα στην μέθοδο, γεγονός που της δίνει μεγάλο πλεονέκτημα υπολογιστικής ευκολίας έναντι των υπολοίπων μεθόδων που χρησιμοποιούνται. Η μέθοδος ετήσιας αξίας, όπως και όλες οι υπόλοιπες, βασίζεται στην οριακή ανάλυση. Συχνά βέβαια είναι ευκολότερο να συγκρίνουμε ξεχωριστά κάθε ετήσια αξία παρά να υπολογίζουμε τις οριακές χρηματορροές και να τις χρησιμοποιούμε για υπολογισμό της οριακής ετήσιας αξίας μεταξύ των εναλλακτικών. Οι συνεχείς ζωές δεν παρουσιάζουν πρόβλημα στην μέθοδο ετήσιας αξίας. Κλείνοντας, συμπεραίνουμε ότι η μέθοδος ετήσιας αξίας είναι εύκολο να γίνει κατανοητή από οποιονδήποτε μια και υπολογίζει τα δεδομένα με μεγαλύτερη ευκολία από οποιαδήποτε άλλη μέθοδο.

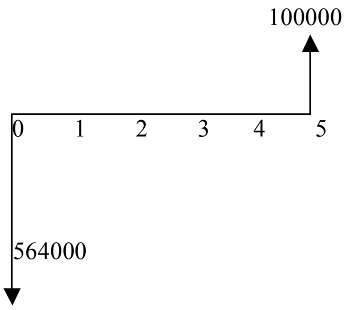
7.9 Λυμένα Προβλήματα

Πρόβλημα αγοράς εξοπλισμού ραδιοφωνικού σταθμού:

Ένας ραδιοφωνικός σταθμός αγόρασε νέο εξοπλισμό και πλήρωσε 564537 Ευρώ. Ο ιδιοκτήτης θέλει να ξέρει πόσο του κοστίζει αυτός ο εξοπλισμός ετησίως αν η οικονομική του ζωή είναι 5 έτη και η αξία μεταπώλησής του σε 5 χρόνια υπολογίζεται σε 100000 Ευρώ. Δίνεται ότι το κόστος ευκαιρίας για τα επόμενα 5 χρόνια είναι 15 % και ότι φόροι και πληθωρισμός αγνοούνται.

Λύση:

Το διάγραμμα χρηματορροών είναι το ακόλουθο :



Διάγραμμα 7-11: Χρηματορροές στο πρόβλημα του ραδιοφωνικού σταθμού

Το ετήσιο κόστος της κονσόλας είναι:

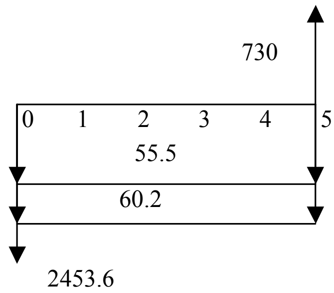
(564537 – 100000) * *(A/P,15,5)* + 100000 * (0.15) = 153580 Ευρώ.

<u>Πρόβλημα αγοράς μεταχειρισμένου αυτοκινήτου:</u>

Κάποιος αγοράζει ένα μεταχειρισμένο αυτοκίνητο προς 2453.6 Ευρώ. Θέλει να ξέρει ποιο είναι το ομοιόμορφο ετήσιο κόστος του αυτοκινήτου αν η οικονομική του ζωή είναι 5 χρόνια και η αξία μεταπώλησης του μετά από 5 χρόνια είναι 730 Ευρώ. Τα σταθερά ετήσια έξοδα για το αυτοκίνητο είναι 55.5 Ευρώ τον χρόνο έξοδα συντήρησης και 60.2 Ευρώ τον χρόνο έξοδα ασφάλειας. Δίνεται κόστος ευκαιρίας 9 % και οι φόροι θεωρούνται αμελητέοι.

Λύση:

Το διάγραμμα χρηματορροών του προβλήματος είναι το ακόλουθο :



Διάγραμμα 7-12: Χρηματορροές για το αυτοκίνητο

Το ομοιόμορφο ετήσιο κόστος είναι :

(2453.6 – 730) * *(A/P,9,5)* + 730 * (0.09) + 55.5 + 60.2 =

1723.6 * (0.25709) + 65.7 = 508.82 Ευρώ

Πρόβλημα αγοράς μίνι ηλεκτρικού φούρνου:

Ένας φοιτητής θέλει να αγοράσει ένα φουρνάκι. Έχει καταλήξει σε δύο μοντέλα και θέλει να δει ποίο από τα δύο τον συμφέρει περισσότερο. Οι πληροφορίες που έχει για τα μοντέλα είναι οι εξής :

Μοντέλο	A	B
Αρχικό κόστος (Ευρώ)	50	60
Κατανάλωση ρεύματος (Ευρώ./ έτος)	5	4
Αξία μεταπώλησης (Ευρώ)	10	15
Οικονομική ζωή (έτη)	6	7

Πίνακας 7-4: Πληροφορίες για τα διαθέσιμα φουρνάκια

Αν ο ελάχιστος αποδεκτός βαθμός απόδοσης (*MARR*) είναι 20% και αγνοήσουμε πληθωρισμό και φόρους, ποιο μοντέλο συμφέρει να επιλεγεί;

Λύση:

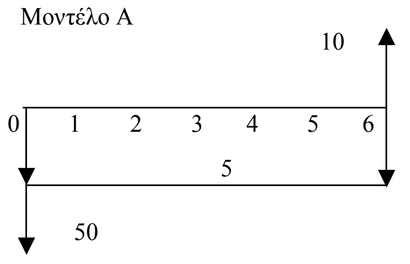
Το ετήσιο κόστος για το μοντέλο A είναι :

$(50 - 10) * (A/P,20,6) + 10 * (0.20) + 5 = 40 * (0.30071) + 2 + 5 = 19.0284$ Ευρώ.

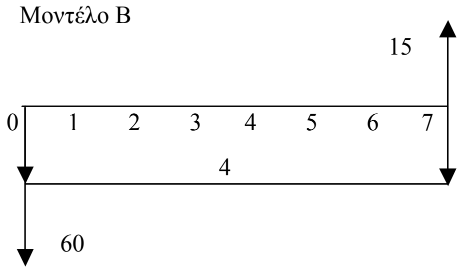
Το ετήσιο κόστος για το μοντέλο B είναι :

$(60 - 15) * (A/P,20,7) + 15 * (0.20) + 4 = 45 * (0.27742) + 3 + 4 = 19.4839$ Ευρώ

Άρα επιλέγουμε το μοντέλο A Τα αντίστοιχα διαγράμματα χρηματορροών είναι :



Διάγραμμα 7-13: Χρηματορροές μοντέλου A



Διάγραμμα 7-14: Χρηματορροές μοντέλου B

Πρόβλημα μηχανογράφησης:

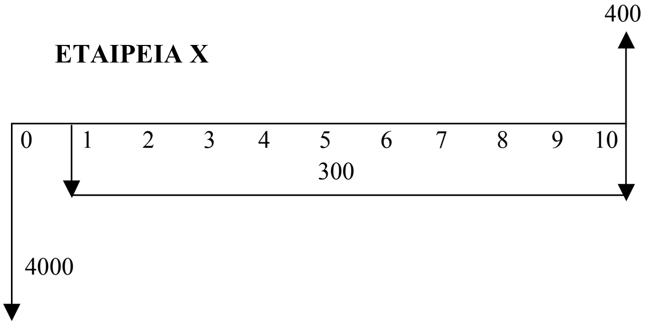
Μια μικρομεσαία επιχείρηση θέλει να εγκαταστήσει ένα σύστημα μηχανογράφησης. Απευθύνεται λοιπόν σε δύο εταιρείες υπολογιστών (Χ και Υ) και παίρνει 2 προσφορές. Τα χαρακτηριστικά καθεμιάς φαίνονται στον ακόλουθο πίνακα :

Εταιρεία	Χ	Υ
Αρχικό κόστος (Ευρώ)	4000	6000
Οικονομική ζωή (έτη)	10	15
Ετήσια συντήρηση (Ευρώ)	300	150
Αξία μεταπώλησης (Ευρώ)	400	600

Πίνακας 7-5: Οικονομικά χαρακτηριστικά προσφορών

Η εταιρεία υπολογίζει προ πληθωρισμού και φόρων έναν δείκτη απόδοσης 30% ανά έτος.

Χρησιμοποιώντας την μέθοδο ετήσιου κόστους, βρείτε ποια από τις λύσεις είναι η οικονομικότερη.



Διάγραμμα 7-15: Πρόταση εταιρείας Χ

Διάγραμμα 7-16: Πρόταση εταιρείας Υ

Λύση:

Το ετήσιο κόστος για την εταιρεία Χ είναι:

(4000 – 400) * *(A/P,30,10)* + 400 (0.30) + 300 = 3600 * (0.32346) + 120 + 300 = 1584.46 Ευρώ

Το ετήσιο κόστος για την εταιρεία Υ είναι :

(6000 – 600) * *(A/P,30,15)* + 600 * (0.30) + 150 = 5400 * (0.30598) + 180 + 150 = 19482.29 Ευρώ

Άρα επιλέγουμε το σύστημα που μας προτείνει η εταιρεία Χ.

Τα αντίστοιχα διαγράμματα χρηματορροών αναπαριστώνται στα Διαγράμματα 7-15 και 7-16.

<u>Πρόβλημα αγοράς αυτοκινήτου:</u>

Κάποιος θέλει να αγοράσει ένα καινούριο αυτοκίνητο. Έχει καταλήξει ανάμεσα στην BMW 318i και την MERCEDES C200. Τα στοιχεία που έχει μαζέψει φαίνονται στον ακόλουθο πίνακα.

Μοντέλο	BMW 318I	MERCEDES C200
Αρχικό κόστος (Ευρώ)	12000	18000
Οικονομική ζωή (έτη)	15	25
Αξία μεταπώλησης (Ευρώ)	3000	4000
Ετήσια συντήρηση (Ευρώ)	400	500

Πίνακας 7-6: Στοιχεία εναλλακτικών

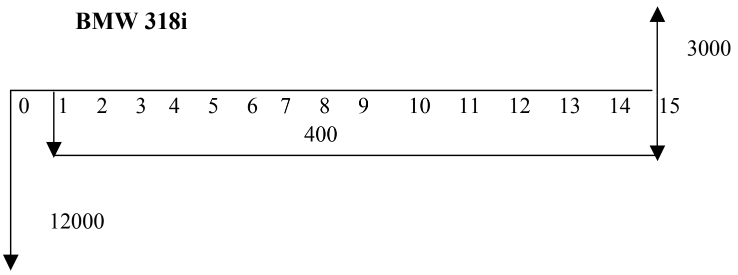
Με βάση το ετήσιο κόστος ποιο αυτοκίνητο πρέπει να επιλέξει ο αγοραστής;

(Κόστος ευκαιρίας = 25%)

Λύση:

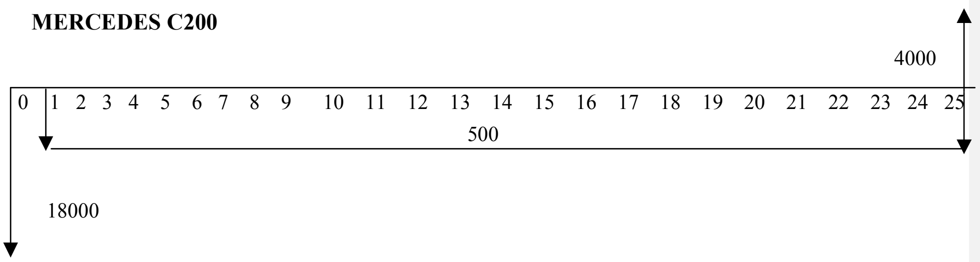
Τα διαγράμματα χρηματορροών είναι :

BMW 318i



Διάγραμμα 7-17: Χρηματοχρονοδιάγραμμα μοντέλου BMW 318i

MERCEDES C200



Διάγραμμα 7-18: Χρηματοχρονοδιάγραμμα μοντέλου MERCEDES C200

Το ετήσιο κόστος για την BMW 318i είναι :

$$(12000 – 3000) * (A/P,25,15) + 3000 (0.25) + 400 =$$

$$=9000 (0.25912) + 750 + 400 =$$

2332.08 + 750 + 400 = 3482.08 Ευρώ.

Το ετήσιο κόστος για την MERCEDES C200 είναι :

$$(18000 – 4000) * (A/P,25,25) + 4000 (0.25) + 500 =$$

$$14000 * (0.25095) + 1000 + 500 =$$

$$3513.3 + 1000 + 500 = 5013.3$$

Άρα επιλέγουμε την BMW 318i.

Κεφάλαιο

8

Παράρτημα Α

Πίνακες Βασικών Μετασχηματιστών

(Για διάφορες τιμές του *i* από 0.25% έως 50%)

Συμβολισμοί Μετασχηματιστών στους Πίνακες Α-1 εως Α-21

i = αποτελεσματικό / ουσιαστικό επιτόκιο ανά χρονική περίοδο (συνήθως έτος)
N = αριθμός χρονικών περιόδων (συνήθως «ετών επένδυσης»)

F: Μελλοντική Αξία Ποσό στο τέλος των *N* περιόδων επένδυσης
P: Σημερινή Αξία Ποσού στο αρχικό χρονικό σημείο επένδυσης (στο σημείο *N=0*)
A: Ομοιόμορφα - Ισόποσα Κατανεμημένο Ποσό σε καθεμία από τις *N* χρονικές περιόδους
G: Ομοιόμορφα Κλιμακωτό Ποσό με βήμα *G*, κατά τη διάρκεια της επένδυσης

F/P: Εύρεση του *F* από το *P* (με βάση τους τύπους του Κεφαλαίου 4)
P/F: Εύρεση του *P* από το *F* (με βάση τους τύπους του Κεφαλαίου 4)
F/A: Εύρεση του *F* από το *A* (με βάση τους τύπους του Κεφαλαίου 4)
P/A: Εύρεση του *P* από το *A* (με βάση τους τύπους του Κεφαλαίου 4)
A/F: Εύρεση του *A* από το *F* (με βάση τους τύπους του Κεφαλαίου 4)
A/P: Εύρεση του *A* από το *P* (με βάση τους τύπους του Κεφαλαίου 4)
P/G: Εύρεση του *P* από το *G* (με βάση τους τύπους του Κεφαλαίου 4)
A/G: Εύρεση του *A* από το *G* (με βάση τους τύπους του Κεφαλαίου 4)

Πίνακας Α-1 : Τιμές Μετασχηματιστών για Επιτόκιο *i* = 0.25 %

N	F/P	P/F	F/A	P/A	A/F	A/P	P/G	A/G
1	1,0025	0,9975	1,0000	0,9975	1,0000	1,0025	0,0000	0,0000
2	1,0050	0,9950	2,0025	1,9925	0,4994	0,5019	0,9950	0,4994
3	1,0075	0,9925	3,0075	2,9851	0,3325	0,3350	2,9801	0,9983
4	1,0100	0,9901	4,0150	3,9751	0,2491	0,2516	5,9503	1,4969
5	1,0126	0,9876	5,0251	4,9627	0,1990	0,2015	9,9007	1,9950
6	1,0151	0,9851	6,0376	5,9478	0,1656	0,1681	14,8263	2,4927
7	1,0176	0,9827	7,0527	6,9305	0,1418	0,1443	20,7223	2,9900
8	1,0202	0,9802	8,0704	7,9107	0,1239	0,1264	27,5839	3,4869
9	1,0227	0,9778	9,0905	8,8885	0,1100	0,1125	35,4061	3,9834
10	1,0253	0,9753	10,1133	9,8639	0,0989	0,1014	44,1842	4,4794
11	1,0278	0,9729	11,1385	10,8368	0,0898	0,0923	53,9133	4,9750
12	1,0304	0,9705	12,1664	11,8073	0,0822	0,0847	64,5886	5,4702
13	1,0330	0,9681	13,1968	12,7753	0,0758	0,0783	76,2053	5,9650
14	1,0356	0,9656	14,2298	13,7410	0,0703	0,0728	88,7587	6,4594
15	1,0382	0,9632	15,2654	14,7042	0,0655	0,0680	102,2441	6,9534
16	1,0408	0,9608	16,3035	15,6650	0,0613	0,0638	116,6567	7,4469
17	1,0434	0,9584	17,3443	16,6235	0,0577	0,0602	131,9917	7,9401
18	1,0460	0,9561	18,3876	17,5795	0,0544	0,0569	148,2446	8,4328
19	1,0486	0,9537	19,4336	18,5332	0,0515	0,0540	165,4106	8,9251
20	1,0512	0,9513	20,4822	19,4845	0,0488	0,0513	183,4851	9,4170
21	1,0538	0,9489	21,5334	20,4334	0,0464	0,0489	202,4634	9,9085
22	1,0565	0,9466	22,5872	21,3800	0,0443	0,0468	222,3410	10,3995
23	1,0591	0,9442	23,6437	22,3241	0,0423	0,0448	243,1131	10,8901
24	1,0618	0,9418	24,7028	23,2660	0,0405	0,0430	264,7753	11,3804
25	1,0644	0,9395	25,7646	24,2055	0,0388	0,0413	287,3230	11,8702
30	1,0778	0,9278	31,1133	28,8679	0,0321	0,0346	413,1847	14,3130
36	1,0941	0,9140	37,6206	34,3865	0,0266	0,0291	592,4988	17,2306
40	1,1050	0,9050	42,0132	38,0199	0,0238	0,0263	728,7399	19,1673
48	1,1273	0,8871	50,9312	45,1787	0,0196	0,0221	1040,0552	23,0209
60	1,1616	0,8609	64,6467	55,6524	0,0155	0,0180	1600,0845	28,7514
72	1,1969	0,8355	78,7794	65,8169	0,0127	0,0152	2265,5569	34,4221
84	1,2334	0,8108	93,3419	75,6813	0,0107	0,0132	3029,7592	40,0331
100	1,2836	0,7790	113,4500	88,3825	0,0088	0,0113	4191,2417	47,4216

Πίνακας Α-2 : Τιμές Μετασχηματιστών για Επιτόκιο i = 0.50 %

N	F/P	P/F	F/A	P/A	A/F	A/P	P/G	A/G
1	1,0050	0,9950	1,0000	0,9950	1,0000	1,0050	0,0000	0,0000
2	1,0100	0,9901	2,0050	1,9851	0,4988	0,5038	0,9901	0,4988
3	1,0151	0,9851	3,0150	2,9702	0,3317	0,3367	2,9604	0,9967
4	1,0202	0,9802	4,0301	3,9505	0,2481	0,2531	5,9011	1,4938
5	1,0253	0,9754	5,0503	4,9259	0,1980	0,2030	9,8026	1,9900
6	1,0304	0,9705	6,0755	5,8964	0,1646	0,1696	14,6552	2,4855
7	1,0355	0,9657	7,1059	6,8621	0,1407	0,1457	20,4493	2,9801
8	1,0407	0,9609	8,1414	7,8230	0,1228	0,1278	27,1755	3,4738
9	1,0459	0,9561	9,1821	8,7791	0,1089	0,1139	34,8244	3,9668
10	1,0511	0,9513	10,2280	9,7304	0,0978	0,1028	43,3865	4,4589
11	1,0564	0,9466	11,2792	10,6770	0,0887	0,0937	52,8526	4,9501
12	1,0617	0,9419	12,3356	11,6189	0,0811	0,0861	63,2136	5,4406
13	1,0670	0,9372	13,3972	12,5562	0,0746	0,0796	74,4602	5,9302
14	1,0723	0,9326	14,4642	13,4887	0,0691	0,0741	86,5835	6,4190
15	1,0777	0,9279	15,5365	14,4166	0,0644	0,0694	99,5743	6,9069
16	1,0831	0,9233	16,6142	15,3399	0,0602	0,0652	113,4238	7,3940
17	1,0885	0,9187	17,6973	16,2586	0,0565	0,0615	128,1231	7,8803
18	1,0939	0,9141	18,7858	17,1728	0,0532	0,0582	143,6634	8,3658
19	1,0994	0,9096	19,8797	18,0824	0,0503	0,0553	160,0360	8,8504
20	1,1049	0,9051	20,9791	18,9874	0,0477	0,0527	177,2322	9,3342
21	1,1104	0,9006	22,0840	19,8880	0,0453	0,0503	195,2434	9,8172
22	1,1160	0,8961	23,1944	20,7841	0,0431	0,0481	214,0611	10,2993
23	1,1216	0,8916	24,3104	21,6757	0,0411	0,0461	233,6768	10,7806
24	1,1272	0,8872	25,4320	22,5629	0,0393	0,0443	254,0820	11,2611
25	1,1328	0,8828	26,5591	23,4456	0,0377	0,0427	275,2686	11,7407
30	1,1614	0,8610	32,2800	27,7941	0,0310	0,0360	392,6324	14,1265
36	1,1967	0,8356	39,3361	32,8710	0,0254	0,0304	557,5598	16,9621
40	1,2208	0,8191	44,1588	36,1722	0,0226	0,0276	681,3347	18,8359
48	1,2705	0,7871	54,0978	42,5803	0,0185	0,0235	959,9188	22,5437
60	1,3489	0,7414	69,7700	51,7256	0,0143	0,0193	1448,6458	28,0064
72	1,4320	0,6983	86,4089	60,3395	0,0116	0,0166	2012,3478	33,3504
84	1,5204	0,6577	104,0739	68,4530	0,0096	0,0146	2640,6641	38,5763
100	1,6467	0,6073	129,3337	78,5426	0,0077	0,0127	3562,7934	45,3613

Πίνακας Α-3 : Τιμές Μετασχηματιστών για Επιτόκιο *i* = 0.75 %

N	F/P	P/F	F/A	P/A	A/F	A/P	P/G	A/G
1	1,0075	0,9926	1,0000	0,9926	1,0000	1,0075	0,0000	0,0000
2	1,0151	0,9852	2,0075	1,9777	0,4981	0,5056	0,9852	0,4981
3	1,0227	0,9778	3,0226	2,9556	0,3308	0,3383	2,9408	0,9950
4	1,0303	0,9706	4,0452	3,9261	0,2472	0,2547	5,8525	1,4907
5	1,0381	0,9633	5,0756	4,8894	0,1970	0,2045	9,7058	1,9851
6	1,0459	0,9562	6,1136	5,8456	0,1636	0,1711	14,4866	2,4782
7	1,0537	0,9490	7,1595	6,7946	0,1397	0,1472	20,1808	2,9701
8	1,0616	0,9420	8,2132	7,7366	0,1218	0,1293	26,7747	3,4608
9	1,0696	0,9350	9,2748	8,6716	0,1078	0,1153	34,2544	3,9502
10	1,0776	0,9280	10,3443	9,5996	0,0967	0,1042	42,6064	4,4384
11	1,0857	0,9211	11,4219	10,5207	0,0876	0,0951	51,8174	4,9253
12	1,0938	0,9142	12,5076	11,4349	0,0800	0,0875	61,8740	5,4110
13	1,1020	0,9074	13,6014	12,3423	0,0735	0,0810	72,7632	5,8954
14	1,1103	0,9007	14,7034	13,2430	0,0680	0,0755	84,4720	6,3786
15	1,1186	0,8940	15,8137	14,1370	0,0632	0,0707	96,9876	6,8606
16	1,1270	0,8873	16,9323	15,0243	0,0591	0,0666	110,2973	7,3413
17	1,1354	0,8807	18,0593	15,9050	0,0554	0,0629	124,3887	7,8207
18	1,1440	0,8742	19,1947	16,7792	0,0521	0,0596	139,2494	8,2989
19	1,1525	0,8676	20,3387	17,6468	0,0492	0,0567	154,8671	8,7759
20	1,1612	0,8612	21,4912	18,5080	0,0465	0,0540	171,2297	9,2516
21	1,1699	0,8548	22,6524	19,3628	0,0441	0,0516	188,3253	9,7261
22	1,1787	0,8484	23,8223	20,2112	0,0420	0,0495	206,1420	10,1994
23	1,1875	0,8421	25,0010	21,0533	0,0400	0,0475	224,6682	10,6714
24	1,1964	0,8358	26,1885	21,8891	0,0382	0,0457	243,8923	11,1422
25	1,2054	0,8296	27,3849	22,7188	0,0365	0,0440	263,8029	11,6117
30	1,2513	0,7992	33,5029	26,7751	0,0298	0,0373	373,2631	13,9407
36	1,3086	0,7641	41,1527	31,4468	0,0243	0,0318	524,9924	16,6946
40	1,3483	0,7416	46,4465	34,4469	0,0215	0,0290	637,4693	18,5058
48	1,4314	0,6986	57,5207	40,1848	0,0174	0,0249	886,8404	22,0691
60	1,5657	0,6387	75,4241	48,1734	0,0133	0,0208	1313,5189	27,2665
72	1,7126	0,5839	95,0070	55,4768	0,0105	0,0180	1791,2463	32,2882
84	1,8732	0,5338	116,4269	62,1540	0,0086	0,0161	2308,1283	37,1357
100	2,1111	0,4737	148,1445	70,1746	0,0068	0,0143	3040,7453	43,3311

Πίνακας Α-4 : Τιμές Μετασχηματιστών για Επιτόκιο *i* = 1 %

N	F/P	P/F	F/A	P/A	A/F	A/P	P/G	A/G
1	1,0100	0,9901	1,0000	0,9901	1,0000	1,0100	0,0000	0,0000
2	1,0201	0,9803	2,0100	1,9704	0,4975	0,5075	0,9803	0,4975
3	1,0303	0,9706	3,0301	2,9410	0,3300	0,3400	2,9215	0,9934
4	1,0406	0,9610	4,0604	3,9020	0,2463	0,2563	5,8044	1,4876
5	1,0510	0,9515	5,1010	4,8534	0,1960	0,2060	9,6103	1,9801
6	1,0615	0,9420	6,1520	5,7955	0,1625	0,1725	14,3205	2,4710
7	1,0721	0,9327	7,2135	6,7282	0,1386	0,1486	19,9168	2,9602
8	1,0829	0,9235	8,2857	7,6517	0,1207	0,1307	26,3812	3,4478
9	1,0937	0,9143	9,3685	8,5660	0,1067	0,1167	33,6959	3,9337
10	1,1046	0,9053	10,4622	9,4713	0,0956	0,1056	41,8435	4,4179
11	1,1157	0,8963	11,5668	10,3676	0,0865	0,0965	50,8067	4,9005
12	1,1268	0,8874	12,6825	11,2551	0,0788	0,0888	60,5687	5,3815
13	1,1381	0,8787	13,8093	12,1337	0,0724	0,0824	71,1126	5,8607
14	1,1495	0,8700	14,9474	13,0037	0,0669	0,0769	82,4221	6,3384
15	1,1610	0,8613	16,0969	13,8651	0,0621	0,0721	94,4810	6,8143
16	1,1726	0,8528	17,2579	14,7179	0,0579	0,0679	107,2734	7,2886
17	1,1843	0,8444	18,4304	15,5623	0,0543	0,0643	120,7834	7,7613
18	1,1961	0,8360	19,6147	16,3983	0,0510	0,0610	134,9957	8,2323
19	1,2081	0,8277	20,8109	17,2260	0,0481	0,0581	149,8950	8,7017
20	1,2202	0,8195	22,0190	18,0456	0,0454	0,0554	165,4664	9,1694
21	1,2324	0,8114	23,2392	18,8570	0,0430	0,0530	181,6950	9,6354
22	1,2447	0,8034	24,4716	19,6604	0,0409	0,0509	198,5663	10,0998
23	1,2572	0,7954	25,7163	20,4558	0,0389	0,0489	216,0660	10,5626
24	1,2697	0,7876	26,9735	21,2434	0,0371	0,0471	234,1800	11,0237
25	1,2824	0,7798	28,2432	22,0232	0,0354	0,0454	252,8945	11,4831
30	1,3478	0,7419	34,7849	25,8077	0,0287	0,0387	355,0021	13,7557
36	1,4308	0,6989	43,0769	30,1075	0,0232	0,0332	494,6207	16,4285
40	1,4889	0,6717	48,8864	32,8347	0,0205	0,0305	596,8561	18,1776
48	1,6122	0,6203	61,2226	37,9740	0,0163	0,0263	820,1460	21,5976
60	1,8167	0,5504	81,6697	44,9550	0,0122	0,0222	1192,8061	26,5333
72	2,0471	0,4885	104,7099	51,1504	0,0096	0,0196	1597,8673	31,2386
84	2,3067	0,4335	130,6723	56,6485	0,0077	0,0177	2023,3153	35,7170
100	2,7048	0,3697	170,4814	63,0289	0,0059	0,0159	2605,7758	41,3426

Πίνακας Α-5 : Τιμές Μετασχηματιστών για Επιτόκιο *i* = 2 %

N	F/P	P/F	F/A	P/A	A/F	A/P	P/G	A/G
1	1,0200	0,9804	1,0000	0,9804	1,0000	1,0200	0,0000	0,0000
2	1,0404	0,9612	2,0200	1,9416	0,4950	0,5150	0,9612	0,4950
3	1,0612	0,9423	3,0604	2,8839	0,3268	0,3468	2,8458	0,9868
4	1,0824	0,9238	4,1216	3,8077	0,2426	0,2626	5,6173	1,4752
5	1,1041	0,9057	5,2040	4,7135	0,1922	0,2122	9,2403	1,9604
6	1,1262	0,8880	6,3081	5,6014	0,1585	0,1785	13,6801	2,4423
7	1,1487	0,8706	7,4343	6,4720	0,1345	0,1545	18,9035	2,9208
8	1,1717	0,8535	8,5830	7,3255	0,1165	0,1365	24,8779	3,3961
9	1,1951	0,8368	9,7546	8,1622	0,1025	0,1225	31,5720	3,8681
10	1,2190	0,8203	10,9497	8,9826	0,0913	0,1113	38,9551	4,3367
11	1,2434	0,8043	12,1687	9,7868	0,0822	0,1022	46,9977	4,8021
12	1,2682	0,7885	13,4121	10,5753	0,0746	0,0946	55,6712	5,2642
13	1,2936	0,7730	14,6803	11,3484	0,0681	0,0881	64,9475	5,7231
14	1,3195	0,7579	15,9739	12,1062	0,0626	0,0826	74,7999	6,1786
15	1,3459	0,7430	17,2934	12,8493	0,0578	0,0778	85,2021	6,6309
16	1,3728	0,7284	18,6393	13,5777	0,0537	0,0737	96,1288	7,0799
17	1,4002	0,7142	20,0121	14,2919	0,0500	0,0700	107,5554	7,5256
18	1,4282	0,7002	21,4123	14,9920	0,0467	0,0667	119,4581	7,9681
19	1,4568	0,6864	22,8406	15,6785	0,0438	0,0638	131,8139	8,4073
20	1,4859	0,6730	24,2974	16,3514	0,0412	0,0612	144,6003	8,8433
21	1,5157	0,6598	25,7833	17,0112	0,0388	0,0588	157,7959	9,2760
22	1,5460	0,6468	27,2990	17,6580	0,0366	0,0566	171,3795	9,7055
23	1,5769	0,6342	28,8450	18,2922	0,0347	0,0547	185,3309	10,1317
24	1,6084	0,6217	30,4219	18,9139	0,0329	0,0529	199,6305	10,5547
25	1,6406	0,6095	32,0303	19,5235	0,0312	0,0512	214,2592	10,9745
30	1,8114	0,5521	40,5681	22,3965	0,0246	0,0446	291,7164	13,0251
36	2,0399	0,4902	51,9944	25,4888	0,0192	0,0392	392,0405	15,3809
40	2,2080	0,4529	60,4020	27,3555	0,0166	0,0366	461,9931	16,8885
48	2,5871	0,3865	79,3535	30,6731	0,0126	0,0326	605,9657	19,7556
60	3,2810	0,3048	114,0515	34,7609	0,0088	0,0288	823,6975	23,6961
72	4,1611	0,2403	158,0570	37,9841	0,0063	0,0263	1034,0557	27,2234
84	5,2773	0,1895	213,8666	40,5255	0,0047	0,0247	1230,4191	30,3616
100	7,2446	0,1380	312,2323	43,0984	0,0032	0,0232	1464,7527	33,9863

Πίνακας Α-6 : Τιμές Μετασχηματιστών για Επιτόκιο *i* = 3 %

N	F/P	P/F	F/A	P/A	A/F	A/P	P/G	A/G
1	1,0300	0,9709	1,0000	0,9709	1,0000	1,0300	0,0000	0,0000
2	1,0609	0,9426	2,0300	1,9135	0,4926	0,5226	0,9426	0,4926
3	1,0927	0,9151	3,0909	2,8286	0,3235	0,3535	2,7729	0,9803
4	1,1255	0,8885	4,1836	3,7171	0,2390	0,2690	5,4383	1,4631
5	1,1593	0,8626	5,3091	4,5797	0,1884	0,2184	8,8888	1,9409
6	1,1941	0,8375	6,4684	5,4172	0,1546	0,1846	13,0762	2,4138
7	1,2299	0,8131	7,6625	6,2303	0,1305	0,1605	17,9547	2,8819
8	1,2668	0,7894	8,8923	7,0197	0,1125	0,1425	23,4806	3,3450
9	1,3048	0,7664	10,1591	7,7861	0,0984	0,1284	29,6119	3,8032
10	1,3439	0,7441	11,4639	8,5302	0,0872	0,1172	36,3088	4,2565
11	1,3842	0,7224	12,8078	9,2526	0,0781	0,1081	43,5330	4,7049
12	1,4258	0,7014	14,1920	9,9540	0,0705	0,1005	51,2482	5,1485
13	1,4685	0,6810	15,6178	10,6350	0,0640	0,0940	59,4196	5,5872
14	1,5126	0,6611	17,0863	11,2961	0,0585	0,0885	68,0141	6,0210
15	1,5580	0,6419	18,5989	11,9379	0,0538	0,0838	77,0002	6,4500
16	1,6047	0,6232	20,1569	12,5611	0,0496	0,0796	86,3477	6,8742
17	1,6528	0,6050	21,7616	13,1661	0,0460	0,0760	96,0280	7,2936
18	1,7024	0,5874	23,4144	13,7535	0,0427	0,0727	106,0137	7,7081
19	1,7535	0,5703	25,1169	14,3238	0,0398	0,0698	116,2788	8,1179
20	1,8061	0,5537	26,8704	14,8775	0,0372	0,0672	126,7987	8,5229
21	1,8603	0,5375	28,6765	15,4150	0,0349	0,0649	137,5496	8,9231
22	1,9161	0,5219	30,5368	15,9369	0,0327	0,0627	148,5094	9,3186
23	1,9736	0,5067	32,4529	16,4436	0,0308	0,0608	159,6566	9,7093
24	2,0328	0,4919	34,4265	16,9355	0,0290	0,0590	170,9711	10,0954
25	2,0938	0,4776	36,4593	17,4131	0,0274	0,0574	182,4336	10,4768
30	2,4273	0,4120	47,5754	19,6004	0,0210	0,0510	241,3613	12,3141
35	2,8139	0,3554	60,4621	21,4872	0,0165	0,0465	301,6267	14,0375
40	3,2620	0,3066	75,4013	23,1148	0,0133	0,0433	361,7499	15,6502
45	3,7816	0,2644	92,7199	24,5187	0,0108	0,0408	420,6325	17,1556
50	4,3839	0,2281	112,7969	25,7298	0,0089	0,0389	477,4803	18,5575
60	5,8916	0,1697	163,0534	27,6756	0,0061	0,0361	583,0526	21,0674
80	10,6409	0,0940	321,3630	30,2008	0,0031	0,0331	756,0865	25,0353
100	19,2186	0,0520	607,2877	31,5989	0,0016	0,0316	879,8540	27,8444

Πίνακας Α-7 : Τιμές Μετασχηματιστών για Επιτόκιο *i* = 4 %

N	F/P	P/F	F/A	P/A	A/F	A/P	P/G	A/G
1	1,0400	0,9615	1,0000	0,9615	1,0000	1,0400	0,0000	0,0000
2	1,0816	0,9246	2,0400	1,8861	0,4902	0,5302	0,9246	0,4902
3	1,1249	0,8890	3,1216	2,7751	0,3203	0,3603	2,7025	0,9739
4	1,1699	0,8548	4,2465	3,6299	0,2355	0,2755	5,2670	1,4510
5	1,2167	0,8219	5,4163	4,4518	0,1846	0,2246	8,5547	1,9216
6	1,2653	0,7903	6,6330	5,2421	0,1508	0,1908	12,5062	2,3857
7	1,3159	0,7599	7,8983	6,0021	0,1266	0,1666	17,0657	2,8433
8	1,3686	0,7307	9,2142	6,7327	0,1085	0,1485	22,1806	3,2944
9	1,4233	0,7026	10,5828	7,4353	0,0945	0,1345	27,8013	3,7391
10	1,4802	0,6756	12,0061	8,1109	0,0833	0,1233	33,8814	4,1773
11	1,5395	0,6496	13,4864	8,7605	0,0741	0,1141	40,3772	4,6090
12	1,6010	0,6246	15,0258	9,3851	0,0666	0,1066	47,2477	5,0343
13	1,6651	0,6006	16,6268	9,9856	0,0601	0,1001	54,4546	5,4533
14	1,7317	0,5775	18,2919	10,5631	0,0547	0,0947	61,9618	5,8659
15	1,8009	0,5553	20,0236	11,1184	0,0499	0,0899	69,7355	6,2721
16	1,8730	0,5339	21,8245	11,6523	0,0458	0,0858	77,7441	6,6720
17	1,9479	0,5134	23,6975	12,1657	0,0422	0,0822	85,9581	7,0656
18	2,0258	0,4936	25,6454	12,6593	0,0390	0,0790	94,3498	7,4530
19	2,1068	0,4746	27,6712	13,1339	0,0361	0,0761	102,8933	7,8342
20	2,1911	0,4564	29,7781	13,5903	0,0336	0,0736	111,5647	8,2091
21	2,2788	0,4388	31,9692	14,0292	0,0313	0,0713	120,3414	8,5779
22	2,3699	0,4220	34,2480	14,4511	0,0292	0,0692	129,2024	8,9407
23	2,4647	0,4057	36,6179	14,8568	0,0273	0,0673	138,1284	9,2973
24	2,5633	0,3901	39,0826	15,2470	0,0256	0,0656	147,1012	9,6479
25	2,6658	0,3751	41,6459	15,6221	0,0240	0,0640	156,1040	9,9925
30	3,2434	0,3083	56,0849	17,2920	0,0178	0,0578	201,0618	11,6274
35	3,9461	0,2534	73,6522	18,6646	0,0136	0,0536	244,8768	13,1198
40	4,8010	0,2083	95,0255	19,7928	0,0105	0,0505	286,5303	14,4765
45	5,8412	0,1712	121,0294	20,7200	0,0083	0,0483	325,4028	15,7047
50	7,1067	0,1407	152,6671	21,4822	0,0066	0,0466	361,1638	16,8122
60	10,5196	0,0951	237,9907	22,6235	0,0042	0,0442	422,9966	18,6972
80	23,0498	0,0434	551,2450	23,9154	0,0018	0,0418	511,1161	21,3718
100	50,5049	0,0198	1237,6237	24,5050	0,0008	0,0408	563,1249	22,9800

Πίνακας Α-8 : Τιμές Μετασχηματιστών για Επιτόκιο *i* = 5 %

N	F/P	P/F	F/A	P/A	A/F	A/P	P/G	A/G
1	1,0500	0,9524	1,0000	0,9524	1,0000	1,0500	0,0000	0,0000
2	1,1025	0,9070	2,0500	1,8594	0,4878	0,5378	0,9070	0,4878
3	1,1576	0,8638	3,1525	2,7232	0,3172	0,3672	2,6347	0,9675
4	1,2155	0,8227	4,3101	3,5460	0,2320	0,2820	5,1028	1,4391
5	1,2763	0,7835	5,5256	4,3295	0,1810	0,2310	8,2369	1,9025
6	1,3401	0,7462	6,8019	5,0757	0,1470	0,1970	11,9680	2,3579
7	1,4071	0,7107	8,1420	5,7864	0,1228	0,1728	16,2321	2,8052
8	1,4775	0,6768	9,5491	6,4632	0,1047	0,1547	20,9700	3,2445
9	1,5513	0,6446	11,0266	7,1078	0,0907	0,1407	26,1268	3,6758
10	1,6289	0,6139	12,5779	7,7217	0,0795	0,1295	31,6520	4,0991
11	1,7103	0,5847	14,2068	8,3064	0,0704	0,1204	37,4988	4,5144
12	1,7959	0,5568	15,9171	8,8633	0,0628	0,1128	43,6241	4,9219
13	1,8856	0,5303	17,7130	9,3936	0,0565	0,1065	49,9879	5,3215
14	1,9799	0,5051	19,5986	9,8986	0,0510	0,1010	56,5538	5,7133
15	2,0789	0,4810	21,5786	10,3797	0,0463	0,0963	63,2880	6,0973
16	2,1829	0,4581	23,6575	10,8378	0,0423	0,0923	70,1597	6,4736
17	2,2920	0,4363	25,8404	11,2741	0,0387	0,0887	77,1405	6,8423
18	2,4066	0,4155	28,1324	11,6896	0,0355	0,0855	84,2043	7,2034
19	2,5270	0,3957	30,5390	12,0853	0,0327	0,0827	91,3275	7,5569
20	2,6533	0,3769	33,0660	12,4622	0,0302	0,0802	98,4884	7,9030
21	2,7860	0,3589	35,7193	12,8212	0,0280	0,0780	105,6673	8,2416
22	2,9253	0,3418	38,5052	13,1630	0,0260	0,0760	112,8461	8,5730
23	3,0715	0,3256	41,4305	13,4886	0,0241	0,0741	120,0087	8,8971
24	3,2251	0,3101	44,5020	13,7986	0,0225	0,0725	127,1402	9,2140
25	3,3864	0,2953	47,7271	14,0939	0,0210	0,0710	134,2275	9,5238
30	4,3219	0,2314	66,4388	15,3725	0,0151	0,0651	168,6226	10,9691
35	5,5160	0,1813	90,3203	16,3742	0,0111	0,0611	200,5807	12,2498
40	7,0400	0,1420	120,7998	17,1591	0,0083	0,0583	229,5452	13,3775
45	8,9850	0,1113	159,7002	17,7741	0,0063	0,0563	255,3145	14,3644
50	11,4674	0,0872	209,3480	18,2559	0,0048	0,0548	277,9148	15,2233
60	18,6792	0,0535	353,5837	18,9293	0,0028	0,0528	314,3432	16,6062
80	49,5614	0,0202	971,2288	19,5965	0,0010	0,0510	359,6460	18,3526
100	131,5013	0,0076	2610,0252	19,8479	0,0004	0,0504	381,7492	19,2337

Πίνακας Α-9 : Τιμές Μετασχηματιστών για Επιτόκιο *i* = 6 %

N	F/P	P/F	F/A	P/A	A/F	A/P	P/G	A/G
1	1,0600	0,9434	1,0000	0,9434	1,0000	1,0600	0,0000	0,0000
2	1,1236	0,8900	2,0600	1,8334	0,4854	0,5454	0,8900	0,4854
3	1,1910	0,8396	3,1836	2,6730	0,3141	0,3741	2,5692	0,9612
4	1,2625	0,7921	4,3746	3,4651	0,2286	0,2886	4,9455	1,4272
5	1,3382	0,7473	5,6371	4,2124	0,1774	0,2374	7,9345	1,8836
6	1,4185	0,7050	6,9753	4,9173	0,1434	0,2034	11,4594	2,3304
7	1,5036	0,6651	8,3938	5,5824	0,1191	0,1791	15,4497	2,7676
8	1,5938	0,6274	9,8975	6,2098	0,1010	0,1610	19,8416	3,1952
9	1,6895	0,5919	11,4913	6,8017	0,0870	0,1470	24,5768	3,6133
10	1,7908	0,5584	13,1808	7,3601	0,0759	0,1359	29,6023	4,0220
11	1,8983	0,5268	14,9716	7,8869	0,0668	0,1268	34,8702	4,4213
12	2,0122	0,4970	16,8699	8,3838	0,0593	0,1193	40,3369	4,8113
13	2,1329	0,4688	18,8821	8,8527	0,0530	0,1130	45,9629	5,1920
14	2,2609	0,4423	21,0151	9,2950	0,0476	0,1076	51,7128	5,5635
15	2,3966	0,4173	23,2760	9,7122	0,0430	0,1030	57,5546	5,9260
16	2,5404	0,3936	25,6725	10,1059	0,0390	0,0990	63,4592	6,2794
17	2,6928	0,3714	28,2129	10,4773	0,0354	0,0954	69,4011	6,6240
18	2,8543	0,3503	30,9057	10,8276	0,0324	0,0924	75,3569	6,9597
19	3,0256	0,3305	33,7600	11,1581	0,0296	0,0896	81,3062	7,2867
20	3,2071	0,3118	36,7856	11,4699	0,0272	0,0872	87,2304	7,6051
21	3,3996	0,2942	39,9927	11,7641	0,0250	0,0850	93,1136	7,9151
22	3,6035	0,2775	43,3923	12,0416	0,0230	0,0830	98,9412	8,2166
23	3,8197	0,2618	46,9958	12,3034	0,0213	0,0813	104,7007	8,5099
24	4,0489	0,2470	50,8156	12,5504	0,0197	0,0797	110,3812	8,7951
25	4,2919	0,2330	54,8645	12,7834	0,0182	0,0782	115,9732	9,0722
30	5,7435	0,1741	79,0582	13,7648	0,0126	0,0726	142,3588	10,3422
35	7,6861	0,1301	111,4348	14,4982	0,0090	0,0690	165,7427	11,4319
40	10,2857	0,0972	154,7620	15,0463	0,0065	0,0665	185,9568	12,3590
45	13,7646	0,0727	212,7435	15,4558	0,0047	0,0647	203,1096	13,1413
50	18,4202	0,0543	290,3359	15,7619	0,0034	0,0634	217,4574	13,7964
60	32,9877	0,0303	533,1282	16,1614	0,0019	0,0619	239,0428	14,7909
80	105,7960	0,0095	1746,5999	16,5091	0,0006	0,0606	262,5493	15,9033
100	339,3021	0,0029	5638,3681	16,6175	0,0002	0,0602	272,0471	16,3711

Πίνακας Α-10 : Τιμές Μετασχηματιστών για Επιτόκιο i = 7 %

N	F/P	P/F	F/A	P/A	A/F	A/P	P/G	A/G
1	1,0700	0,9346	1,0000	0,9346	1,0000	1,0700	0,0000	0,0000
2	1,1449	0,8734	2,0700	1,8080	0,4831	0,5531	0,8734	0,4831
3	1,2250	0,8163	3,2149	2,6243	0,3111	0,3811	2,5060	0,9549
4	1,3108	0,7629	4,4399	3,3872	0,2252	0,2952	4,7947	1,4155
5	1,4026	0,7130	5,7507	4,1002	0,1739	0,2439	7,6467	1,8650
6	1,5007	0,6663	7,1533	4,7665	0,1398	0,2098	10,9784	2,3032
7	1,6058	0,6227	8,6540	5,3893	0,1156	0,1856	14,7149	2,7304
8	1,7182	0,5820	10,2598	5,9713	0,0975	0,1675	18,7889	3,1465
9	1,8385	0,5439	11,9780	6,5152	0,0835	0,1535	23,1404	3,5517
10	1,9672	0,5083	13,8164	7,0236	0,0724	0,1424	27,7156	3,9461
11	2,1049	0,4751	15,7836	7,4987	0,0634	0,1334	32,4665	4,3296
12	2,2522	0,4440	17,8885	7,9427	0,0559	0,1259	37,3506	4,7025
13	2,4098	0,4150	20,1406	8,3577	0,0497	0,1197	42,3302	5,0648
14	2,5785	0,3878	22,5505	8,7455	0,0443	0,1143	47,3718	5,4167
15	2,7590	0,3624	25,1290	9,1079	0,0398	0,1098	52,4461	5,7583
16	2,9522	0,3387	27,8881	9,4466	0,0359	0,1059	57,5271	6,0897
17	3,1588	0,3166	30,8402	9,7632	0,0324	0,1024	62,5923	6,4110
18	3,3799	0,2959	33,9990	10,0591	0,0294	0,0994	67,6219	6,7225
19	3,6165	0,2765	37,3790	10,3356	0,0268	0,0968	72,5991	7,0242
20	3,8697	0,2584	40,9955	10,5940	0,0244	0,0944	77,5091	7,3163
21	4,1406	0,2415	44,8652	10,8355	0,0223	0,0923	82,3393	7,5990
22	4,4304	0,2257	49,0057	11,0612	0,0204	0,0904	87,0793	7,8725
23	4,7405	0,2109	53,4361	11,2722	0,0187	0,0887	91,7201	8,1369
24	5,0724	0,1971	58,1767	11,4693	0,0172	0,0872	96,2545	8,3923
25	5,4274	0,1842	63,2490	11,6536	0,0158	0,0858	100,6765	8,6391
30	7,6123	0,1314	94,4608	12,4090	0,0106	0,0806	120,9718	9,7487
35	10,6766	0,0937	138,2369	12,9477	0,0072	0,0772	138,1353	10,6687
40	14,9745	0,0668	199,6351	13,3317	0,0050	0,0750	152,2928	11,4233
45	21,0025	0,0476	285,7493	13,6055	0,0035	0,0735	163,7559	12,0360
50	29,4570	0,0339	406,5289	13,8007	0,0025	0,0725	172,9051	12,5287
60	57,9464	0,0173	813,5204	14,0392	0,0012	0,0712	185,7677	13,2321
80	224,2344	0,0045	3189,0627	14,2220	0,0003	0,0703	198,0748	13,9273
100	867,7163	0,0012	12381,6618	14,2693	0,0001	0,0701	202,2001	14,1703

Πίνακας Α-11 : Τιμές Μετασχηματιστών για Επιτόκιο *i* = 8 %

N	F/P	P/F	F/A	P/A	A/F	A/P	P/G	A/G
1	1,0800	0,9259	1,0000	0,9259	1,0000	1,0800	0,0000	0,0000
2	1,1664	0,8573	2,0800	1,7833	0,4808	0,5608	0,8573	0,4808
3	1,2597	0,7938	3,2464	2,5771	0,3080	0,3880	2,4450	0,9487
4	1,3605	0,7350	4,5061	3,3121	0,2219	0,3019	4,6501	1,4040
5	1,4693	0,6806	5,8666	3,9927	0,1705	0,2505	7,3724	1,8465
6	1,5869	0,6302	7,3359	4,6229	0,1363	0,2163	10,5233	2,2763
7	1,7138	0,5835	8,9228	5,2064	0,1121	0,1921	14,0242	2,6937
8	1,8509	0,5403	10,6366	5,7466	0,0940	0,1740	17,8061	3,0985
9	1,9990	0,5002	12,4876	6,2469	0,0801	0,1601	21,8081	3,4910
10	2,1589	0,4632	14,4866	6,7101	0,0690	0,1490	25,9768	3,8713
11	2,3316	0,4289	16,6455	7,1390	0,0601	0,1401	30,2657	4,2395
12	2,5182	0,3971	18,9771	7,5361	0,0527	0,1327	34,6339	4,5957
13	2,7196	0,3677	21,4953	7,9038	0,0465	0,1265	39,0463	4,9402
14	2,9372	0,3405	24,2149	8,2442	0,0413	0,1213	43,4723	5,2731
15	3,1722	0,3152	27,1521	8,5595	0,0368	0,1168	47,8857	5,5945
16	3,4259	0,2919	30,3243	8,8514	0,0330	0,1130	52,2640	5,9046
17	3,7000	0,2703	33,7502	9,1216	0,0296	0,1096	56,5883	6,2037
18	3,9960	0,2502	37,4502	9,3719	0,0267	0,1067	60,8426	6,4920
19	4,3157	0,2317	41,4463	9,6036	0,0241	0,1041	65,0134	6,7697
20	4,6610	0,2145	45,7620	9,8181	0,0219	0,1019	69,0898	7,0369
21	5,0338	0,1987	50,4229	10,0168	0,0198	0,0998	73,0629	7,2940
22	5,4365	0,1839	55,4568	10,2007	0,0180	0,0980	76,9257	7,5412
23	5,8715	0,1703	60,8933	10,3711	0,0164	0,0964	80,6726	7,7786
24	6,3412	0,1577	66,7648	10,5288	0,0150	0,0950	84,2997	8,0066
25	6,8485	0,1460	73,1059	10,6748	0,0137	0,0937	87,8041	8,2254
30	10,0627	0,0994	113,2832	11,2578	0,0088	0,0888	103,4558	9,1897
35	14,7853	0,0676	172,3168	11,6546	0,0058	0,0858	116,0920	9,9611
40	21,7245	0,0460	259,0565	11,9246	0,0039	0,0839	126,0422	10,5699
45	31,9204	0,0313	386,5056	12,1084	0,0026	0,0826	133,7331	11,0447
50	46,9016	0,0213	573,7702	12,2335	0,0017	0,0817	139,5928	11,4107
60	101,2571	0,0099	1253,2133	12,3766	0,0008	0,0808	147,3000	11,9015
80	471,9548	0,0021	5886,9354	12,4735	0,0002	0,0802	153,8001	12,3301
100	2199,7613	0,0005	27484,5157	12,4943	0,0000	0,0800	155,6107	12,4545

Πίνακας Α-12 : Τιμές Μετασχηματιστών για Επιτόκιο i = 9 %

N	F/P	P/F	F/A	P/A	A/F	A/P	P/G	A/G
1	1,0900	0,9174	1,0000	0,9174	1,0000	1,0900	0,0000	0,0000
2	1,1881	0,8417	2,0900	1,7591	0,4785	0,5685	0,8417	0,4785
3	1,2950	0,7722	3,2781	2,5313	0,3051	0,3951	2,3860	0,9426
4	1,4116	0,7084	4,5731	3,2397	0,2187	0,3087	4,5113	1,3925
5	1,5386	0,6499	5,9847	3,8897	0,1671	0,2571	7,1110	1,8282
6	1,6771	0,5963	7,5233	4,4859	0,1329	0,2229	10,0924	2,2498
7	1,8280	0,5470	9,2004	5,0330	0,1087	0,1987	13,3746	2,6574
8	1,9926	0,5019	11,0285	5,5348	0,0907	0,1807	16,8877	3,0512
9	2,1719	0,4604	13,0210	5,9952	0,0768	0,1668	20,5711	3,4312
10	2,3674	0,4224	15,1929	6,4177	0,0658	0,1558	24,3728	3,7978
11	2,5804	0,3875	17,5603	6,8052	0,0569	0,1469	28,2481	4,1510
12	2,8127	0,3555	20,1407	7,1607	0,0497	0,1397	32,1590	4,4910
13	3,0658	0,3262	22,9534	7,4869	0,0436	0,1336	36,0731	4,8182
14	3,3417	0,2992	26,0192	7,7862	0,0384	0,1284	39,9633	5,1326
15	3,6425	0,2745	29,3609	8,0607	0,0341	0,1241	43,8069	5,4346
16	3,9703	0,2519	33,0034	8,3126	0,0303	0,1203	47,5849	5,7245
17	4,3276	0,2311	36,9737	8,5436	0,0270	0,1170	51,2821	6,0024
18	4,7171	0,2120	41,3013	8,7556	0,0242	0,1142	54,8860	6,2687
19	5,1417	0,1945	46,0185	8,9501	0,0217	0,1117	58,3868	6,5236
20	5,6044	0,1784	51,1601	9,1285	0,0195	0,1095	61,7770	6,7674
21	6,1088	0,1637	56,7645	9,2922	0,0176	0,1076	65,0509	7,0006
22	6,6586	0,1502	62,8733	9,4424	0,0159	0,1059	68,2048	7,2232
23	7,2579	0,1378	69,5319	9,5802	0,0144	0,1044	71,2359	7,4357
24	7,9111	0,1264	76,7898	9,7066	0,0130	0,1030	74,1433	7,6384
25	8,6231	0,1160	84,7009	9,8226	0,0118	0,1018	76,9265	7,8316
30	13,2677	0,0754	136,3075	10,2737	0,0073	0,0973	89,0280	8,6657
35	20,4140	0,0490	215,7108	10,5668	0,0046	0,0946	98,3590	9,3083
40	31,4094	0,0318	337,8824	10,7574	0,0030	0,0930	105,3762	9,7957
45	48,3273	0,0207	525,8587	10,8812	0,0019	0,0919	110,5561	10,1603
50	74,3575	0,0134	815,0836	10,9617	0,0012	0,0912	114,3251	10,4295
60	176,0313	0,0057	1944,7921	11,0480	0,0005	0,0905	118,9683	10,7683
80	986,5517	0,0010	10950,5741	11,0998	0,0001	0,0901	122,4306	11,0299
100	5529,0408	0,0002	61422,6755	11,1091	0,0000	0,0900	123,2335	11,0930

Πίνακας Α-13 : Τιμές Μετασχηματιστών για Επιτόκιο i = 10 %

N	F/P	P/F	F/A	P/A	A/F	A/P	P/G	A/G
1	1,1000	0,9091	1,0000	0,9091	1,0000	1,1000	0,0000	0,0000
2	1,2100	0,8264	2,1000	1,7355	0,4762	0,5762	0,8264	0,4762
3	1,3310	0,7513	3,3100	2,4869	0,3021	0,4021	2,3291	0,9366
4	1,4641	0,6830	4,6410	3,1699	0,2155	0,3155	4,3781	1,3812
5	1,6105	0,6209	6,1051	3,7908	0,1638	0,2638	6,8618	1,8101
6	1,7716	0,5645	7,7156	4,3553	0,1296	0,2296	9,6842	2,2236
7	1,9487	0,5132	9,4872	4,8684	0,1054	0,2054	12,7631	2,6216
8	2,1436	0,4665	11,4359	5,3349	0,0874	0,1874	16,0287	3,0045
9	2,3579	0,4241	13,5795	5,7590	0,0736	0,1736	19,4215	3,3724
10	2,5937	0,3855	15,9374	6,1446	0,0627	0,1627	22,8913	3,7255
11	2,8531	0,3505	18,5312	6,4951	0,0540	0,1540	26,3963	4,0641
12	3,1384	0,3186	21,3843	6,8137	0,0468	0,1468	29,9012	4,3884
13	3,4523	0,2897	24,5227	7,1034	0,0408	0,1408	33,3772	4,6988
14	3,7975	0,2633	27,9750	7,3667	0,0357	0,1357	36,8005	4,9955
15	4,1772	0,2394	31,7725	7,6061	0,0315	0,1315	40,1520	5,2789
16	4,5950	0,2176	35,9497	7,8237	0,0278	0,1278	43,4164	5,5493
17	5,0545	0,1978	40,5447	8,0216	0,0247	0,1247	46,5819	5,8071
18	5,5599	0,1799	45,5992	8,2014	0,0219	0,1219	49,6395	6,0526
19	6,1159	0,1635	51,1591	8,3649	0,0195	0,1195	52,5827	6,2861
20	6,7275	0,1486	57,2750	8,5136	0,0175	0,1175	55,4069	6,5081
21	7,4002	0,1351	64,0025	8,6487	0,0156	0,1156	58,1095	6,7189
22	8,1403	0,1228	71,4027	8,7715	0,0140	0,1140	60,6893	6,9189
23	8,9543	0,1117	79,5430	8,8832	0,0126	0,1126	63,1462	7,1085
24	9,8497	0,1015	88,4973	8,9847	0,0113	0,1113	65,4813	7,2881
25	10,8347	0,0923	98,3471	9,0770	0,0102	0,1102	67,6964	7,4580
30	17,4494	0,0573	164,4940	9,4269	0,0061	0,1061	77,0766	8,1762
35	28,1024	0,0356	271,0244	9,6442	0,0037	0,1037	83,9872	8,7086
40	45,2593	0,0221	442,5926	9,7791	0,0023	0,1023	88,9525	9,0962
45	72,8905	0,0137	718,9048	9,8628	0,0014	0,1014	92,4544	9,3740
50	117,3909	0,0085	1163,9085	9,9148	0,0009	0,1009	94,8889	9,5704
60	304,4816	0,0033	3034,8164	9,9672	0,0003	0,1003	97,7010	9,8023
80	2048,4002	0,0005	20474,0021	9,9951	0,0000	0,1000	99,5606	9,9609
100	13780,6123	0,0001	137796,1234	9,9993	0,0000	0,1000	99,9202	9,9927

Πίνακας Α-14 : Τιμές Μετασχηματιστών για Επιτόκιο *i* = 12 %

N	F/P	P/F	F/A	P/A	A/F	A/P	P/G	A/G
1	1,1200	0,8929	1,0000	0,8929	1,0000	1,1200	0,0000	0,0000
2	1,2544	0,7972	2,1200	1,6901	0,4717	0,5917	0,7972	0,4717
3	1,4049	0,7118	3,3744	2,4018	0,2963	0,4163	2,2208	0,9246
4	1,5735	0,6355	4,7793	3,0373	0,2092	0,3292	4,1273	1,3589
5	1,7623	0,5674	6,3528	3,6048	0,1574	0,2774	6,3970	1,7746
6	1,9738	0,5066	8,1152	4,1114	0,1232	0,2432	8,9302	2,1720
7	2,2107	0,4523	10,0890	4,5638	0,0991	0,2191	11,6443	2,5515
8	2,4760	0,4039	12,2997	4,9676	0,0813	0,2013	14,4714	2,9131
9	2,7731	0,3606	14,7757	5,3282	0,0677	0,1877	17,3563	3,2574
10	3,1058	0,3220	17,5487	5,6502	0,0570	0,1770	20,2541	3,5847
11	3,4785	0,2875	20,6546	5,9377	0,0484	0,1684	23,1288	3,8953
12	3,8960	0,2567	24,1331	6,1944	0,0414	0,1614	25,9523	4,1897
13	4,3635	0,2292	28,0291	6,4235	0,0357	0,1557	28,7024	4,4683
14	4,8871	0,2046	32,3926	6,6282	0,0309	0,1509	31,3624	4,7317
15	5,4736	0,1827	37,2797	6,8109	0,0268	0,1468	33,9202	4,9803
16	6,1304	0,1631	42,7533	6,9740	0,0234	0,1434	36,3670	5,2147
17	6,8660	0,1456	48,8837	7,1196	0,0205	0,1405	38,6973	5,4353
18	7,6900	0,1300	55,7497	7,2497	0,0179	0,1379	40,9080	5,6427
19	8,6128	0,1161	63,4397	7,3658	0,0158	0,1358	42,9979	5,8375
20	9,6463	0,1037	72,0524	7,4694	0,0139	0,1339	44,9676	6,0202
21	10,8038	0,0926	81,6987	7,5620	0,0122	0,1322	46,8188	6,1913
22	12,1003	0,0826	92,5026	7,6446	0,0108	0,1308	48,5543	6,3514
23	13,5523	0,0738	104,6029	7,7184	0,0096	0,1296	50,1776	6,5010
24	15,1786	0,0659	118,1552	7,7843	0,0085	0,1285	51,6929	6,6406
25	17,0001	0,0588	133,3339	7,8431	0,0075	0,1275	53,1046	6,7708
30	29,9599	0,0334	241,3327	8,0552	0,0041	0,1241	58,7821	7,2974
35	52,7996	0,0189	431,6635	8,1755	0,0023	0,1223	62,6052	7,6577
40	93,0510	0,0107	767,0914	8,2438	0,0013	0,1213	65,1159	7,8988
45	163,9876	0,0061	1358,2300	8,2825	0,0007	0,1207	66,7342	8,0572
50	289,0022	0,0035	2400,0182	8,3045	0,0004	0,1204	67,7624	8,1597
60	897,5969	0,0011	7471,6411	8,3240	0,0001	0,1201	68,8100	8,2664
80	8658,4831	0,0001	72145,6925	8,3324	0,0000	0,1200	69,3594	8,3241
100	83522,2657	0,0000	696010,5477	8,3332	0,0000	0,1200	69,4336	8,3321

Πίνακας Α-15 : Τιμές Μετασχηματιστών για Επιτόκιο *i* = 15 %

N	F/P	P/F	F/A	P/A	A/F	A/P	P/G	A/G
1	1,1500	0,8696	1,0000	0,8696	1,0000	1,1500	0,0000	0,0000
2	1,3225	0,7561	2,1500	1,6257	0,4651	0,6151	0,7561	0,4651
3	1,5209	0,6575	3,4725	2,2832	0,2880	0,4380	2,0712	0,9071
4	1,7490	0,5718	4,9934	2,8550	0,2003	0,3503	3,7864	1,3263
5	2,0114	0,4972	6,7424	3,3522	0,1483	0,2983	5,7751	1,7228
6	2,3131	0,4323	8,7537	3,7845	0,1142	0,2642	7,9368	2,0972
7	2,6600	0,3759	11,0668	4,1604	0,0904	0,2404	10,1924	2,4498
8	3,0590	0,3269	13,7268	4,4873	0,0729	0,2229	12,4807	2,7813
9	3,5179	0,2843	16,7858	4,7716	0,0596	0,2096	14,7548	3,0922
10	4,0456	0,2472	20,3037	5,0188	0,0493	0,1993	16,9795	3,3832
11	4,6524	0,2149	24,3493	5,2337	0,0411	0,1911	19,1289	3,6549
12	5,3503	0,1869	29,0017	5,4206	0,0345	0,1845	21,1849	3,9082
13	6,1528	0,1625	34,3519	5,5831	0,0291	0,1791	23,1352	4,1438
14	7,0757	0,1413	40,5047	5,7245	0,0247	0,1747	24,9725	4,3624
15	8,1371	0,1229	47,5804	5,8474	0,0210	0,1710	26,6930	4,5650
16	9,3576	0,1069	55,7175	5,9542	0,0179	0,1679	28,2960	4,7522
17	10,7613	0,0929	65,0751	6,0472	0,0154	0,1654	29,7828	4,9251
18	12,3755	0,0808	75,8364	6,1280	0,0132	0,1632	31,1565	5,0843
19	14,2318	0,0703	88,2118	6,1982	0,0113	0,1613	32,4213	5,2307
20	16,3665	0,0611	102,4436	6,2593	0,0098	0,1598	33,5822	5,3651
21	18,8215	0,0531	118,8101	6,3125	0,0084	0,1584	34,6448	5,4883
22	21,6447	0,0462	137,6316	6,3587	0,0073	0,1573	35,6150	5,6010
23	24,8915	0,0402	159,2764	6,3988	0,0063	0,1563	36,4988	5,7040
24	28,6252	0,0349	184,1678	6,4338	0,0054	0,1554	37,3023	5,7979
25	32,9190	0,0304	212,7930	6,4641	0,0047	0,1547	38,0314	5,8834
30	66,2118	0,0151	434,7451	6,5660	0,0023	0,1523	40,7526	6,2066
35	133,1755	0,0075	881,1702	6,6166	0,0011	0,1511	42,3586	6,4019
40	267,8635	0,0037	1779,0903	6,6418	0,0006	0,1506	43,2830	6,5168
45	538,7693	0,0019	3585,1285	6,6543	0,0003	0,1503	43,8051	6,5830
50	1083,6574	0,0009	7217,7163	6,6605	0,0001	0,1501	44,0958	6,6205
60	4383,9987	0,0002	29219,9916	6,6651	0,0000	0,1500	44,3431	6,6530
80	71750,8794	0,0000	478332,5293	6,6666	0,0000	0,1500	44,4364	6,6656
100	1174313,4507	0,0000	7828749,6713	6,6667	0,0000	0,1500	44,4438	6,6666

Πίνακας Α-16 : Τιμές Μετασχηματιστών για Επιτόκιο *i* = 18 %

N	F/P	P/F	F/A	P/A	A/F	A/P	P/G	A/G
1	1,1800	0,8475	1,0000	0,8475	1,0000	1,1800	0,0000	0,0000
2	1,3924	0,7182	2,1800	1,5656	0,4587	0,6387	0,7182	0,4587
3	1,6430	0,6086	3,5724	2,1743	0,2799	0,4599	1,9354	0,8902
4	1,9388	0,5158	5,2154	2,6901	0,1917	0,3717	3,4828	1,2947
5	2,2878	0,4371	7,1542	3,1272	0,1398	0,3198	5,2312	1,6728
6	2,6996	0,3704	9,4420	3,4976	0,1059	0,2859	7,0834	2,0252
7	3,1855	0,3139	12,1415	3,8115	0,0824	0,2624	8,9670	2,3526
8	3,7589	0,2660	15,3270	4,0776	0,0652	0,2452	10,8292	2,6558
9	4,4355	0,2255	19,0859	4,3030	0,0524	0,2324	12,6329	2,9358
10	5,2338	0,1911	23,5213	4,4941	0,0425	0,2225	14,3525	3,1936
11	6,1759	0,1619	28,7551	4,6560	0,0348	0,2148	15,9716	3,4303
12	7,2876	0,1372	34,9311	4,7932	0,0286	0,2086	17,4811	3,6470
13	8,5994	0,1163	42,2187	4,9095	0,0237	0,2037	18,8765	3,8449
14	10,1472	0,0985	50,8180	5,0081	0,0197	0,1997	20,1576	4,0250
15	11,9737	0,0835	60,9653	5,0916	0,0164	0,1964	21,3269	4,1887
16	14,1290	0,0708	72,9390	5,1624	0,0137	0,1937	22,3885	4,3369
17	16,6722	0,0600	87,0680	5,2223	0,0115	0,1915	23,3482	4,4708
18	19,6733	0,0508	103,7403	5,2732	0,0096	0,1896	24,2123	4,5916
19	23,2144	0,0431	123,4135	5,3162	0,0081	0,1881	24,9877	4,7003
20	27,3930	0,0365	146,6280	5,3527	0,0068	0,1868	25,6813	4,7978
21	32,3238	0,0309	174,0210	5,3837	0,0057	0,1857	26,3000	4,8851
22	38,1421	0,0262	206,3448	5,4099	0,0048	0,1848	26,8506	4,9632
23	45,0076	0,0222	244,4868	5,4321	0,0041	0,1841	27,3394	5,0329
24	53,1090	0,0188	289,4945	5,4509	0,0035	0,1835	27,7725	5,0950
25	62,6686	0,0160	342,6035	5,4669	0,0029	0,1829	28,1555	5,1502
30	143,3706	0,0070	790,9480	5,5168	0,0013	0,1813	29,4864	5,3448
35	327,9973	0,0030	1816,6516	5,5386	0,0006	0,1806	30,1773	5,4485
40	750,3783	0,0013	4163,2130	5,5482	0,0002	0,1802	30,5269	5,5022
45	1716,6839	0,0006	9531,5771	5,5523	0,0001	0,1801	30,7006	5,5293
50	3927,3569	0,0003	21813,0937	5,5541	0,0000	0,1800	30,7856	5,5428
60	20555,1400	0,0000	114189,6665	5,5553	0,0000	0,1800	30,8465	5,5526
80	563067,6604	0,0000	3128148,1133	5,5555	0,0000	0,1800	30,8634	5,5554

Πίνακας Α-17 : Τιμές Μετασχηματιστών για Επιτόκιο *i* = 20 %

N	F/P	P/F	F/A	P/A	A/F	A/P	P/G	A/G
1	1,2000	0,8333	1,0000	0,8333	1,0000	1,2000	0,0000	0,0000
2	1,4400	0,6944	2,2000	1,5278	0,4545	0,6545	0,6944	0,4545
3	1,7280	0,5787	3,6400	2,1065	0,2747	0,4747	1,8519	0,8791
4	2,0736	0,4823	5,3680	2,5887	0,1863	0,3863	3,2986	1,2742
5	2,4883	0,4019	7,4416	2,9906	0,1344	0,3344	4,9061	1,6405
6	2,9860	0,3349	9,9299	3,3255	0,1007	0,3007	6,5806	1,9788
7	3,5832	0,2791	12,9159	3,6046	0,0774	0,2774	8,2551	2,2902
8	4,2998	0,2326	16,4991	3,8372	0,0606	0,2606	9,8831	2,5756
9	5,1598	0,1938	20,7989	4,0310	0,0481	0,2481	11,4335	2,8364
10	6,1917	0,1615	25,9587	4,1925	0,0385	0,2385	12,8871	3,0739
11	7,4301	0,1346	32,1504	4,3271	0,0311	0,2311	14,2330	3,2893
12	8,9161	0,1122	39,5805	4,4392	0,0253	0,2253	15,4667	3,4841
13	10,6993	0,0935	48,4966	4,5327	0,0206	0,2206	16,5883	3,6597
14	12,8392	0,0779	59,1959	4,6106	0,0169	0,2169	17,6008	3,8175
15	15,4070	0,0649	72,0351	4,6755	0,0139	0,2139	18,5095	3,9588
16	18,4884	0,0541	87,4421	4,7296	0,0114	0,2114	19,3208	4,0851
17	22,1861	0,0451	105,9306	4,7746	0,0094	0,2094	20,0419	4,1976
18	26,6233	0,0376	128,1167	4,8122	0,0078	0,2078	20,6805	4,2975
19	31,9480	0,0313	154,7400	4,8435	0,0065	0,2065	21,2439	4,3861
20	38,3376	0,0261	186,6880	4,8696	0,0054	0,2054	21,7395	4,4643
21	46,0051	0,0217	225,0256	4,8913	0,0044	0,2044	22,1742	4,5334
22	55,2061	0,0181	271,0307	4,9094	0,0037	0,2037	22,5546	4,5941
23	66,2474	0,0151	326,2369	4,9245	0,0031	0,2031	22,8867	4,6475
24	79,4968	0,0126	392,4842	4,9371	0,0025	0,2025	23,1760	4,6943
25	95,3962	0,0105	471,9811	4,9476	0,0021	0,2021	23,4276	4,7352
30	237,3763	0,0042	1181,8816	4,9789	0,0008	0,2008	24,2628	4,8731
35	590,6682	0,0017	2948,3411	4,9915	0,0003	0,2003	24,6614	4,9406
40	1469,7716	0,0007	7343,8578	4,9966	0,0001	0,2001	24,8469	4,9728
45	3657,2620	0,0003	18281,3099	4,9986	0,0001	0,2001	24,9316	4,9877
50	9100,4382	0,0001	45497,1908	4,9995	0,0000	0,2000	24,9698	4,9945
60	56347,5144	0,0000	281732,5718	4,9999	0,0000	0,2000	24,9942	4,9989
80	2160228,4620	0,0000	10801137,3101	5,0000	0,0000	0,2000	24,9998	5,0000

Πίνακας Α-18 : Τιμές Μετασχηματιστών για Επιτόκιο *i* = 25 %

N	F/P	P/F	F/A	P/A	A/F	A/P	P/G	A/G
1	1,2500	0,8000	1,0000	0,8000	1,0000	1,2500	0,0000	0,0000
2	1,5625	0,6400	2,2500	1,4400	0,4444	0,6944	0,6400	0,4444
3	1,9531	0,5120	3,8125	1,9520	0,2623	0,5123	1,6640	0,8525
4	2,4414	0,4096	5,7656	2,3616	0,1734	0,4234	2,8928	1,2249
5	3,0518	0,3277	8,2070	2,6893	0,1218	0,3718	4,2035	1,5631
6	3,8147	0,2621	11,2588	2,9514	0,0888	0,3388	5,5142	1,8683
7	4,7684	0,2097	15,0735	3,1611	0,0663	0,3163	6,7725	2,1424
8	5,9605	0,1678	19,8419	3,3289	0,0504	0,3004	7,9469	2,3872
9	7,4506	0,1342	25,8023	3,4631	0,0388	0,2888	9,0207	2,6048
10	9,3132	0,1074	33,2529	3,5705	0,0301	0,2801	9,9870	2,7971
11	11,6415	0,0859	42,5661	3,6564	0,0235	0,2735	10,8460	2,9663
12	14,5519	0,0687	54,2077	3,7251	0,0184	0,2684	11,6020	3,1145
13	18,1899	0,0550	68,7596	3,7801	0,0145	0,2645	12,2617	3,2437
14	22,7374	0,0440	86,9495	3,8241	0,0115	0,2615	12,8334	3,3559
15	28,4217	0,0352	109,6868	3,8593	0,0091	0,2591	13,3260	3,4530
16	35,5271	0,0281	138,1085	3,8874	0,0072	0,2572	13,7482	3,5366
17	44,4089	0,0225	173,6357	3,9099	0,0058	0,2558	14,1085	3,6084
18	55,5112	0,0180	218,0446	3,9279	0,0046	0,2546	14,4147	3,6698
19	69,3889	0,0144	273,5558	3,9424	0,0037	0,2537	14,6741	3,7222
20	86,7362	0,0115	342,9447	3,9539	0,0029	0,2529	14,8932	3,7667
21	108,4202	0,0092	429,6809	3,9631	0,0023	0,2523	15,0777	3,8045
22	135,5253	0,0074	538,1011	3,9705	0,0019	0,2519	15,2326	3,8365
23	169,4066	0,0059	673,6264	3,9764	0,0015	0,2515	15,3625	3,8634
24	211,7582	0,0047	843,0329	3,9811	0,0012	0,2512	15,4711	3,8861
25	264,6978	0,0038	1054,7912	3,9849	0,0009	0,2509	15,5618	3,9052
30	807,7936	0,0012	3227,1743	3,9950	0,0003	0,2503	15,8316	3,9628
35	2465,1903	0,0004	9856,7613	3,9984	0,0001	0,2501	15,9367	3,9858
40	7523,1638	0,0001	30088,6554	3,9995	0,0000	0,2500	15,9766	3,9947
45	22958,8740	0,0000	91831,4962	3,9998	0,0000	0,2500	15,9915	3,9980
50	70064,9232	0,0000	280255,6929	3,9999	0,0000	0,2500	15,9969	3,9993
60	652530,4468	0,0000	2610117,7872	4,0000	0,0000	0,2500	15,9996	3,9999
80	56597994,2427	0,0000	226391972,9707	4,0000	0,0000	0,2500	16,0000	4,0000

Πίνακας Α-19 : Τιμές Μετασχηματιστών για Επιτόκιο *i* = 30 %

N	F/P	P/F	F/A	P/A	A/F	A/P	P/G	A/G
1	1,3000	0,7692	1,0000	0,7692	1,0000	1,3000	0,0000	0,0000
2	1,6900	0,5917	2,3000	1,3609	0,4348	0,7348	0,5917	0,4348
3	2,1970	0,4552	3,9900	1,8161	0,2506	0,5506	1,5020	0,8271
4	2,8561	0,3501	6,1870	2,1662	0,1616	0,4616	2,5524	1,1783
5	3,7129	0,2693	9,0431	2,4356	0,1106	0,4106	3,6297	1,4903
6	4,8268	0,2072	12,7560	2,6427	0,0784	0,3784	4,6656	1,7654
7	6,2749	0,1594	17,5828	2,8021	0,0569	0,3569	5,6218	2,0063
8	8,1573	0,1226	23,8577	2,9247	0,0419	0,3419	6,4800	2,2156
9	10,6045	0,0943	32,0150	3,0190	0,0312	0,3312	7,2343	2,3963
10	13,7858	0,0725	42,6195	3,0915	0,0235	0,3235	7,8872	2,5512
11	17,9216	0,0558	56,4053	3,1473	0,0177	0,3177	8,4452	2,6833
12	23,2981	0,0429	74,3270	3,1903	0,0135	0,3135	8,9173	2,7952
13	30,2875	0,0330	97,6250	3,2233	0,0102	0,3102	9,3135	2,8895
14	39,3738	0,0254	127,9125	3,2487	0,0078	0,3078	9,6437	2,9685
15	51,1859	0,0195	167,2863	3,2682	0,0060	0,3060	9,9172	3,0344
16	66,5417	0,0150	218,4722	3,2832	0,0046	0,3046	10,1426	3,0892
17	86,5042	0,0116	285,0139	3,2948	0,0035	0,3035	10,3276	3,1345
18	112,4554	0,0089	371,5180	3,3037	0,0027	0,3027	10,4788	3,1718
19	146,1920	0,0068	483,9734	3,3105	0,0021	0,3021	10,6019	3,2025
20	190,0496	0,0053	630,1655	3,3158	0,0016	0,3016	10,7019	3,2275
21	247,0645	0,0040	820,2151	3,3198	0,0012	0,3012	10,7828	3,2480
22	321,1839	0,0031	1067,2796	3,3230	0,0009	0,3009	10,8482	3,2646
23	417,5391	0,0024	1388,4635	3,3254	0,0007	0,3007	10,9009	3,2781
24	542,8008	0,0018	1806,0026	3,3272	0,0006	0,3006	10,9433	3,2890
25	705,6410	0,0014	2348,8033	3,3286	0,0004	0,3004	10,9773	3,2979
30	2619,9956	0,0004	8729,9855	3,3321	0,0001	0,3001	11,0687	3,3219
35	9727,8604	0,0001	32422,8681	3,3330	0,0000	0,3000	11,0980	3,3297
40	36118,8648	0,0000	120392,8827	3,3332	0,0000	0,3000	11,1071	3,3322
45	134106,8167	0,0000	447019,3890	3,3333	0,0000	0,3000	11,1099	3,3330
50	497929,2230	0,0000	1659760,7433	3,3333	0,0000	0,3000	11,1108	3,3332
60	6864377,1727	0,0000	22881253,9091	3,3333	0,0000	0,3000	11,1111	3,3333

Πίνακας Α-20 : Τιμές Μετασχηματιστών για Επιτόκιο *i* = 40 %

N	F/P	P/F	F/A	P/A	A/F	A/P	P/G	A/G
1	1,4000	0,7143	1,0000	0,7143	1,0000	1,4000	0,0000	0,0000
2	1,9600	0,5102	2,4000	1,2245	0,4167	0,8167	0,5102	0,4167
3	2,7440	0,3644	4,3600	1,5889	0,2294	0,6294	1,2391	0,7798
4	3,8416	0,2603	7,1040	1,8492	0,1408	0,5408	2,0200	1,0923
5	5,3782	0,1859	10,9456	2,0352	0,0914	0,4914	2,7637	1,3580
6	7,5295	0,1328	16,3238	2,1680	0,0613	0,4613	3,4278	1,5811
7	10,5414	0,0949	23,8534	2,2628	0,0419	0,4419	3,9970	1,7664
8	14,7579	0,0678	34,3947	2,3306	0,0291	0,4291	4,4713	1,9185
9	20,6610	0,0484	49,1526	2,3790	0,0203	0,4203	4,8585	2,0422
10	28,9255	0,0346	69,8137	2,4136	0,0143	0,4143	5,1696	2,1419
11	40,4957	0,0247	98,7391	2,4383	0,0101	0,4101	5,4166	2,2215
12	56,6939	0,0176	139,2348	2,4559	0,0072	0,4072	5,6106	2,2845
13	79,3715	0,0126	195,9287	2,4685	0,0051	0,4051	5,7618	2,3341
14	111,1201	0,0090	275,3002	2,4775	0,0036	0,4036	5,8788	2,3729
15	155,5681	0,0064	386,4202	2,4839	0,0026	0,4026	5,9688	2,4030
16	217,7953	0,0046	541,9883	2,4885	0,0018	0,4018	6,0376	2,4262
17	304,9135	0,0033	759,7837	2,4918	0,0013	0,4013	6,0901	2,4441
18	426,8789	0,0023	1064,6971	2,4941	0,0009	0,4009	6,1299	2,4577
19	597,6304	0,0017	1491,5760	2,4958	0,0007	0,4007	6,1601	2,4682
20	836,6826	0,0012	2089,2064	2,4970	0,0005	0,4005	6,1828	2,4761
21	1171,3556	0,0009	2925,8889	2,4979	0,0003	0,4003	6,1998	2,4821
22	1639,8978	0,0006	4097,2445	2,4985	0,0002	0,4002	6,2127	2,4866
23	2295,8569	0,0004	5737,1423	2,4989	0,0002	0,4002	6,2222	2,4900
24	3214,1997	0,0003	8032,9993	2,4992	0,0001	0,4001	6,2294	2,4925
25	4499,8796	0,0002	11247,1990	2,4994	0,0001	0,4001	6,2347	2,4944
30	24201,4324	0,0000	60501,0809	2,4999	0,0000	0,4000	6,2466	2,4988
35	130161,1116	0,0000	325400,2789	2,5000	0,0000	0,4000	6,2493	2,4997
40	700037,6966	0,0000	1750091,7415	2,5000	0,0000	0,4000	6,2498	2,4999
45	3764970,7413	0,0000	9412424,3533	2,5000	0,0000	0,4000	6,2500	2,5000
50	20248916,2398	0,0000	50622288,0994	2,5000	0,0000	0,4000	6,2500	2,5000
60	585709328,0571	0,0000	1464273317,6427	2,5000	0,0000	0,4000	6,2500	2,5000

Πίνακας Α-21 : Τιμές Μετασχηματιστών για Επιτόκιο *i* = 50 %

N	F/P	P/F	F/A	P/A	A/F	A/P	P/G	A/G
1	1,5000	0,6667	1,0000	0,6667	1,0000	1,5000	0,0000	0,0000
2	2,2500	0,4444	2,5000	1,1111	0,4000	0,9000	0,4444	0,4000
3	3,3750	0,2963	4,7500	1,4074	0,2105	0,7105	1,0370	0,7368
4	5,0625	0,1975	8,1250	1,6049	0,1231	0,6231	1,6296	1,0154
5	7,5938	0,1317	13,1875	1,7366	0,0758	0,5758	2,1564	1,2417
6	11,3906	0,0878	20,7813	1,8244	0,0481	0,5481	2,5953	1,4226
7	17,0859	0,0585	32,1719	1,8829	0,0311	0,5311	2,9465	1,5648
8	25,6289	0,0390	49,2578	1,9220	0,0203	0,5203	3,2196	1,6752
9	38,4434	0,0260	74,8867	1,9480	0,0134	0,5134	3,4277	1,7596
10	57,6650	0,0173	113,3301	1,9653	0,0088	0,5088	3,5838	1,8235
11	86,4976	0,0116	170,9951	1,9769	0,0058	0,5058	3,6994	1,8713
12	129,7463	0,0077	257,4927	1,9846	0,0039	0,5039	3,7842	1,9068
13	194,6195	0,0051	387,2390	1,9897	0,0026	0,5026	3,8459	1,9329
14	291,9293	0,0034	581,8585	1,9931	0,0017	0,5017	3,8904	1,9519
15	437,8939	0,0023	873,7878	1,9954	0,0011	0,5011	3,9224	1,9657
16	656,8408	0,0015	1311,6817	1,9970	0,0008	0,5008	3,9452	1,9756
17	985,2613	0,0010	1968,5225	1,9980	0,0005	0,5005	3,9614	1,9827
18	1477,8919	0,0007	2953,7838	1,9986	0,0003	0,5003	3,9729	1,9878
19	2216,8378	0,0005	4431,6756	1,9991	0,0002	0,5002	3,9811	1,9914
20	3325,2567	0,0003	6648,5135	1,9994	0,0002	0,5002	3,9868	1,9940
21	4987,8851	0,0002	9973,7702	1,9996	0,0001	0,5001	3,9908	1,9958
22	7481,8276	0,0001	14961,6553	1,9997	0,0001	0,5001	3,9936	1,9971
23	11222,7415	0,0001	22443,4829	1,9998	0,0000	0,5000	3,9955	1,9980
24	16834,1122	0,0001	33666,2244	1,9999	0,0000	0,5000	3,9969	1,9986
25	25251,1683	0,0000	50500,3366	1,9999	0,0000	0,5000	3,9979	1,9990
30	191751,0592	0,0000	383500,1185	2,0000	0,0000	0,5000	3,9997	1,9998
35	1456109,6060	0,0000	2912217,2121	2,0000	0,0000	0,5000	3,9999	2,0000
40	11057332,3209	0,0000	22114662,6419	2,0000	0,0000	0,5000	4,0000	2,0000
45	83966617,3121	0,0000	167933232,6243	2,0000	0,0000	0,5000	4,0000	2,0000
50	637621500,2141	0,0000	1275242998,4281	2,0000	0,0000	0,5000	4,0000	2,0000
60	36768468716,933 0	0,0000	73536937431,866 0	2,0000	0,0000	0,5000	4,0000	2,0000