

# ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ & ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΓΝΩΣΕΩΝ

1η Πρόοδος – 24 Νοεμβρίου 2017

## Θέμα 1

Φτιάξτε πίνακα αλήθειας για τη σχέση

$$(P \wedge Q) \rightarrow (Q \wedge R)$$

και χαρακτηρίστε την ως προς την ισχύ / ασυνέπειά της

## Θέμα 2

α) Δείξτε με νόμους μετατροπής ότι η πιο κάτω σχέση είναι πάντα αληθής (η σχέση αυτή στη βιβλιογραφία ονομάζεται Modus Tollens)

$$[(P \rightarrow Q) \wedge \sim Q] \rightarrow \sim P$$

β) Στη συνέχεια επαληθεύστε το αποτέλεσμα με χρήση πίνακα αλήθειας

## Θέμα 3

Έστω οι πιο κάτω σχέσεις F1, F2 και G

$$F1: P \rightarrow Q, F2: Q \rightarrow R, G: P \rightarrow R$$

Εφαρμόστε τα θεωρήματα 2.1 και 2.2 για να δείξετε ότι η G είναι λογική συνέπεια των F1 και F2 (η σχέση που θα προκύψει από τη σωστή εφαρμογή του θεωρήματος 2.1 ονομάζεται Law of the Syllogism). Στη συνέχεια αν θέλετε (προαιρετικά) αποδείξτε τη λογική συνέπεια με όποια μέθοδο θέλετε (πίνακα αλήθειας, ή νόμους μετατροπής).

**Βήμα 1:** Χρησιμοποίησε τους νόμους 2.1 και 2.2 για να εξαλειφθούν οι λογικοί σύνδεσμοι  $\rightarrow$  και  $\leftrightarrow$ .

**Βήμα 2:** Επαναληπτική χρήση του νόμου 2.9 και νόμων De Morgan, 2.10a και 2.10b για να φέρουμε τα αρνητικά συμβόλα αμέσως πριν τα άτομα.

**Βήμα 3:** Επαναληπτική χρήση των νόμων 2.5a και 2.5b και των άλλων νόμων του πίνακα, για να επιτύχουμε κανονική μορφή.

ΒΑΣΙΚΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΛΗΘΕΙΑΣ

G	H	(~G)	(G ∧ H)	(G ∨ H)	(G → H)	(G ↔ H)
T	T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F	F
F	T	T	F	T	T	F
F	F	T	F	F	T	T

(2.1)	$F \leftrightarrow G = (F \rightarrow G) \wedge (G \rightarrow F)$
(2.2)	$F \rightarrow G = \sim F \vee G$
(2.3)	(a) $F \vee G = G \vee F$ (b) $F \wedge G = G \wedge F$
(2.4)	(a) $(F \vee G) \vee H = F \vee (G \vee H)$ (b) $(F \wedge G) \wedge H = F \wedge (G \wedge H)$
(2.5)	(a) $F \vee (G \wedge H) = (F \vee G) \wedge (F \vee H)$ (b) $F \wedge (G \vee H) = (F \wedge G) \vee (F \wedge H)$
(2.6)	(a) $F \vee \square = F$ (b) $F \wedge \blacksquare = F$
(2.7)	(a) $F \vee \blacksquare = \blacksquare$ (b) $F \wedge \square = \square$
(2.8)	(a) $F \vee \sim F = \blacksquare$ (b) $F \wedge \sim F = \square$
(2.9)	$\sim(\sim F) = F$
(2.10)	(a) $\sim(F \vee G) = \sim F \wedge \sim G$ (b) $\sim(F \wedge G) = \sim F \vee \sim G$

$$(P \wedge Q) \rightarrow (Q \wedge R)$$

ἀκρίβεια - 1

P	Q	R	$P \wedge Q$	$Q \wedge R$	αδο
T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	F
T	F	T	F	F	T
T	F	F	F	F	T
F	T	T	F	T	T
F	T	F	F	F	T
F	F	T	F	F	T
F	F	F	F	F	T

ΑΣΚΗΣΗ 3

$F_1: P \rightarrow Q$   
 $F_2: Q \rightarrow R$   
 $G: P \rightarrow R$

Θ 2.1  $F_1 \wedge F_2 \rightarrow G$

δεν  $[(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)] \rightarrow (P \rightarrow R)$   
 (Law of the Syllogism)

Θ 2.2  $F_1 \wedge F_2 \wedge \sim G$

Modus Tollens

$$[(P \rightarrow Q) \wedge \sim Q] \rightarrow \sim P$$

$$[\sim P \vee Q] \wedge \sim Q \rightarrow \sim P \quad (2.2)$$

$$\sim [(\sim P \vee Q) \wedge \sim Q] \vee \sim P \quad (2.2)$$

$$[\sim(\sim P \vee Q) \vee \sim(\sim Q)] \vee \sim P \quad (2.10)$$

$$[(\sim(\sim P) \wedge \sim Q) \vee Q] \vee \sim P \quad (2.10)$$

$$[(P \wedge \sim Q) \vee Q] \vee \sim P \quad (2.9)$$

$$[(P \vee Q) \wedge (\sim Q \vee Q)] \vee \sim P \quad (2.5)$$

$$(P \vee Q) \vee \sim P \rightarrow (2.6)$$

$$(P \vee \sim P) \vee Q \quad (2.4)$$

$$\vee Q \quad (2.8)$$

$$\quad (2.7)$$

P	Q	$P \rightarrow Q$	$(P \rightarrow Q) \wedge \sim Q$	$\sim P$	αδο
T	T	T	F	F	T
T	F	F	F	F	T
F	T	T	F	T	T
F	F	T	F	T	T